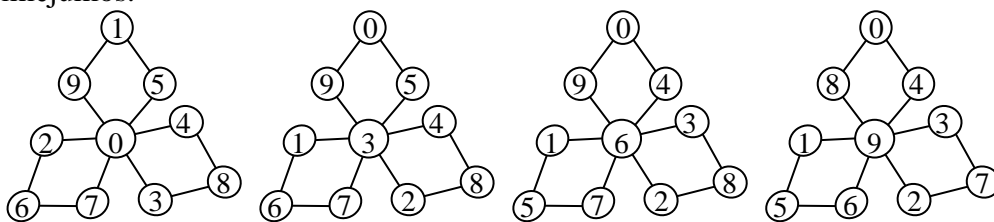


Jauno matemātiķu konkurss
2.kārtas uzdevumu atrisinājumi

1. Apzīmēsim viena četrstūra virsotnēs ierakstīto skaitļu summu ar S ; tad visu trīs četrstūru virsotnēs ierakstīto skaitļu kopējā summa ir $3S$. Šajā summā vienu reizi ieskaitīti visi aplīšos ierakstītie skaitļi un vēl divas reizes ieskaitīts vidējā aplītī ierakstītais skaitlis (apzīmēsim to ar a); pavisam a tiek ieskaitīts trīs reizes, jo tas pieder katram apskatītajam četrstūrim. Tātad

$$3S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 2a = 45 + 2a$$

Skaitlis $3S$ dalās ar 3, 45 arī dalās ar 3, tātad arī skaitlim $2a$ jādalās ar 3, t.i., a dalās ar 3. Tā kā a ir cipars, tad a var būt 0, 3, 6 vai 9. Tad S būs attiecīgi 15, 17, 19, 21. Katram no šiem gadījumiem eksistē atrisinājums, pie tam vairāki. Piemērus skat. zīmējumos.



2. Pieņemsim, ka 1 kg ābolu cena ir x santīmi. Tad par 2 kg ābolu 1.pārdevējam būs jāsamaksā $2x - 0,4 \cdot 2x = 1,2x$ santīmus. Savukārt 2. pārdevējam par 2 kg ābolu būs jāsamaksā $x + 20$ santīmi.

Ja $1,2x > x + 20$, tad izdevīgāk iepirkties pie 2.pārdevēja; ja $1,2x < x + 20$ - pie 1.pārdevēja; ja $1,2x = x + 20$, tad pie abiem pārdevējiem 2 kg ābolu pirkums maksās vienādi. Atrisināsim šīs nevienādības:

$$1,2x > x + 20$$

$$1,2x - x > 20$$

$$0,2x > 20$$

$$x > 100$$

Tātad 2kg ābolu pirkt pie 2.pārdevēja ir izdevīgāk, ja 1 kg ābolu cena ir vairāk nekā 100 santīmu jeb 1 Ls; pie 1.pārdevēja izdevīgāk, ja cena ir mazāk nekā 1 Ls, un ja 1 kg ābolu cena ir 1 Ls, 2 kg ābolu pirkums pie abiem pārdevējiem izmaksās vienādi 1 Ls 20 sant.

3. Nē, ne obligāti. Lai no trīs nogriežņiem varētu izveidot trijstūri, garākajam nogriežnim jābūt īsākam nekā abu pārējo nogriežņu garumu summa. Taču, piemēram, ja doto nogriežņu garumi ir 1 cm, 2 cm, 4 cm, 7 cm, 12 cm, 20 cm, 33 cm, starp tiem nevar atrast trīs tādus, ka garākā nogriežņa garums būtu mazāks nekā abu pārējo nogriežņu garumu summa; tātad no tiem nevar izveidot trijstūri.
4. Uzdevuma prasības apmierina, piemēram, 100, 2 un 98 skaitļi '1':

$$100 \cdot 2 \cdot \underbrace{1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{98 \text{ reizes}} = 200 = 100 + 2 + \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{98 \text{ reizes}}.$$

5. **Atbilde:** Andrim ir sarkana cepure, Dāvim – balta cepure, Edžum – balta cepure, Apskatīsim gadījumus, kādas cepures varēja redzēt Andris, kad viņam atsēja acis:

- 1) 2 sarkanās cepures;
- 2) 1 sarkanu un 1 baltu cepuri;
- 3) 2 baltas cepures.

1) un 2) gadījumā Andris nevar viennozīmīgi pateikt, kādā krāsā cepure, jo starp trim tām cepurēm, ko Andris neredz (1 cepure ir Andra galvā un 2 noliktas malā), vēl ir vismaz 1 sarkana un vismaz 1 balta cepure; tātad jebkura no tām varētu būt Andra galvā. Bet 3) gadījumā Andris redz, ka abas baltās cepures ir draugu galvās,

tāpēc viņam pašam galvā (un arī abas malā noliktās) var būt tikai sarkana cepure. Dāvis, dzirdot, ka Andris ir pārliecināts par savas cepures krāsu, var secināt, ka tas ir iespējams tikai tad, ja viņam un Edžum abiem ir baltas cepures. Tieši tāpat arī Edžus var izsecināt, ka viņam galvā ir balta cepure.