Jauno matemātiķu konkurss
4.kārtas uzdevumu atrisinājumi

1. Uzdevumam ir divi atrisinājumi.

$$\begin{array}{r} 2\,7\,1\\ 3\,2\,2\\ \hline 5\,4\,2\\ 5\,4\,2\\ 8\,1\,3\\ \hline 8\,7\,2\,6\,2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\,8\,1\\ 3\,3\,2\\ \hline 5\,6\,2\\ 8\,4\,3\\ 8\,4\,3\\ \hline 9\,3\,2\,9\,2 \end{array}$$

Apzīmēsim dažus meklējamos ciparus kā parādīts zīmējumā.

$$\begin{array}{r} 2\,A\,B\\ 3\,C\,D\\ \hline 5\,*\,*\\ *\,4\,*\\ *\,*\,3\\ \hline *\,*\,*\,*\,* \end{array}$$

Tā kā trīsciparu skaitli $\overline{2AB}$ reizinot ar viencipara skaitli D jāiegūst trīsciparu skaitlis, kura pirmais cipars ir 5, tad **D=2**; citos gadījumos, ja D=1, tad $\overline{2AB}\cdot 1 \le 299\cdot 1 < 300$, un ja D≥3, tad $\overline{2AB}\cdot 3 \ge 200\cdot 3 \ge 600$.

Tā kā reizinājums $3\cdot\overline{2AB}$ beidzas ar ciparu 3, tad **B=1** (skaitli 3 reizinot ar viencipara skaitli, reizinājuma pēdējais cipars ir 3 tikai gadījumā 3·1=3).

Lai reizinājums $\overline{2A1}\cdot 2$ būtu vismaz 500, jābūt **A≥5**; ja A≤4, tad $\overline{2A1}\cdot 2 \le 241\cdot 2 < 500$.

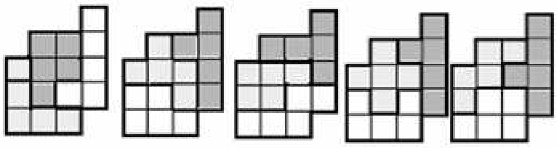
Savukārt, lai reizinājums $C\cdot\overline{2A1}$ būtu trīsciparu skaitlis, jābūt **C<4**; pretējā gadījumā, ja C≥4, tad $C\cdot\overline{2A1} \ge 4\cdot 251 > 1000$.

Tā kā B=1, tad reizinājums C·B ir viencipara skaitlis un šķiras pārnesumi nerodas, tāpēc reizinājuma C·A pēdējam ciparam jābūt 4. Ievērojot, ka A≥5 un C<4, iegūstam divas iespējas: 2·7=14 vai 3·8=24. Pārbaudot redzam, ka abas iespējas apmierina uzdevuma nosacījumus.
Tā kā tika izanalizētas visas iespējas, citu atrisinājumu nav.

2. Ar virknēm HCIJFKF BCDCEFG ir aizšifrēti vārdi **PAREIZI MALACIS**.
Ievērojam, ka tikai virknē DCHGC un tikai vārdā **LAPSA** sastopami 2 vienādi burti; tātad vārdam **LAPSA** atbilst virkne DCHGC, no kurienes iegūstam, ka burtam **A** atbilst C; **L** – D; **P** – H; **S** – G. Tālāk jau viegli iegūt, ka vārdam **MAIZE** atbilst virkne BCFKJ un vārdam **CIRKS** atbilst virkne EFIAG. Iegūstam šādu šifra tabulu:

burts	**A**	**C**	**E**	**I**	**K**	**L**	**M**	**P**	**R**	**S**	**Z**
šifrs	C	E	J	F	A	D	B	H	I	G	K

3. Skat., piem., 4. zīm.



4. zīm.

4. Klasē nav neviena teicamnieka; 2 skolēni apmeklē peldēšanas un karatē treniņus.

Tā kā 6 skolēni ir nesekmīgi matemātikā, tad sekmīgo (t.sk. arī teicamnieku) skolēnu skaits **nepārsniedz** 25-6=19 (tas varbūt mazāks, jo nav zināms, vai klasē nav tādu skolēnu, kas ir sekmīgi matemātikā, bet nesekmīgi citā mācību priekšmetā); tātad arī „sportistu” skaits šajā klasē nav lielāks par 19.
Pieņemsim, ka katram sporta „pulciņa” dalībniekam ir izsniegta dalībnieka kartīte. Tad pavisam šīs klases skolēniem ir izsniegtas 17+13+8=38 kartītes, pie tam vienam skolēnam var būt ne vairāk kā 2 kartītes. Tātad „sportistu” skaits šajā klasē ir **vismaz** 38:2=19 (citādi kādam skolēnam būtu vismaz 3 kartītes – pretruna).
Tā kā „sportistu” skaits vienlaicīgi ir vismaz 19 un nepārsniedz 19, tad ar sportu nodarbojas tieši 19 skolēni – visi sekmīgie skolēni. Līdz ar to klasē nav neviena teicamnieka. Pie tam katrs skolēns nodarbojas **tieši** ar diviem sporta veidiem.
Tā kā 17 no 19 skolēniem nodarbojas ar riteņbraukšanu, tad pārējie 19-17=2 skolēni nodarbojas ar diviem citiem sporta veidiem, t.i., ar peldēšanu un karatē.
Tāpat nav grūti noskaidrot, ka 8-2=6 skolēni nodarbojas ar karatē un riteņbraukšanu, bet 11 skolēni – ar riteņbraukšanu un peldēšanu.

5. Pēteris var panākt savu uzvaru.
Uz katru Jāņa gājienu Pēteris atbild ar simetrisku gājienu, t.i., ja Jānis no 1.kaudzītes paņem 1 konfekti un 2.kaudzītes 3 konfektes, tad Pēteris no 1.kaudzītes paņem 3 konfektes un no 2.kaudzītes 1 konfekti. Tādējādi pēc viena Jāņa un viena Pētera gājiena no abām kaudzītēm ir paņemtas pa 4 konfektēm. Tā kā sākumā abās kaudzītēs bija vienāds skaits konfekšu, tad pēc Pētera gājiena abās kaudzītēs atkal būs vienāds skaits konfekšu. Atkārtojot šādus gājienus 2 reizes, no abām kaudzītēm būs paņemts pa 8 konfektēm, tātad katrā kaudzītē būs atlicis pa 2 konfektēm un tātad nākamais spēlētājs, t.i. Jānis, vairs nevar izdarīt gājienu, tāpēc viņš zaudē un līdz ar to Pēteris uzvar.