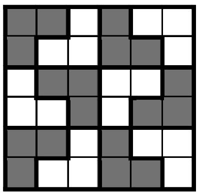
Jauno matemātiķu konkurss
4.kārtas uzdevumu atbildes un īsi atrisinājumi

1. Vispirms ievērojam, ka **A=9**, **E=1** un **T=0**. No vienu un desmitu šķirām iegūstam E+D=S jeb S=D+1. Savukārt simtu un tūkstošu šķirās pastāv divas iespējas:
1) C+P=B un B+S=10+E (t.i. B+S=11) vai
2) C+P=B+10 un B+S+1=E+10 (t.i., B+S=10).
Pārbaudot visas iespējamās B vērtības, katrā gadījumā iegūstam 2 atrisinājumus, tātad pavisam šim uzdevumam ir 4 atrisinājumi: **97231+4513=101744**; **97531+4213=101744**; **93861+7516=101377**; **93561+7816=101377**.

2. Skat., piem., 2. zīm.



2. zīm.

3. Tā kā ruksītis Nif-Nifs viens pats mājiņu var uzcelt 8 dienās, tad vienā dienā viņš uzceļ $\frac{1}{8}$ visas mājas, arī ruksītis Nuf-Nufs vienā dienā uzceļ $\frac{1}{8}$ mājas; ruksītis Naf-Nafs viens pats vienā dienā uzceļ $\frac{1}{6}$ mājas un pelēns Tims vienā dienā viens pats uzbūvē $\frac{1}{12}$ mājas. Tāpēc visi četri draugi, strādājot kopā, vienā dienā uzceltu $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{3+3+4+2}{24}=\frac{1}{2}$ mājas. Ja pusmājas uzcelšanai jāpatērē 1 diena, tad visu šādu māju sivēntiņi un pelēns, strādājot kopā, uzceltu 2 dienās.

4. Uz visu 20 kartīšu abām pusēm kopumā ir uzrakstīti visi skaitļi no 1 līdz 40, to kopējā summa ir $1+2+...+40=\frac{(1+40)\cdot 40}{2}=820$. Tātad uz katras kartītes abu uzrakstīto skaitļu summa ir 820:20=41. (Apskatāmās kartītes ir (1; 40), (2; 39), ..., (19; 22) un (20; 21).)
41,dalot ar 3, dod atlikumu 2. Naturālu skaitli dalot ar 3, atlikums var būt 0, 1 vai 2. Lai divu skaitļu summai atlikums, dalot ar 3, būtu 2, jāsaskaita vai nu
a) divi skaitļi, kuri dod atlikumu 1,dalot ar 3 (tādas ir, piem., kartītes (1; 40), (4; 37); ...), vai arī
b) skaitlis, kas dalās ar 3, un skaitlis, kas dod atlikumu 2, dalot ar 3 (tādas ir piem., kartītes (2; 39), (3; 38), (5; 36), (6; 35), ...). (*Pārbaudiet paši, ka citos gadījumos summas atlikums, dalot ar 3, nav 2!*)
Uz labu laimi izvēloties četras no dotajām kartītēm, var būt, ka tiek izvēlētas:

A. Četras a) tipa kartītes; uz galda noliek jebkuras trīs no tām (ar jebkuru skaitli uz augšu), šo skaitļu summa, dalot ar 3, dod tādu pašu atlikumu, kā atlikumu summa: 1+1+1=3 jeb dalās ar 3 (uzdevuma prasības izpildītas).

B. Trīs a) tipa kartītes uz viena b) tipa kartīte; uz galda noliek visas trīs a) tipa kartītes, to, ka uzdevuma noteikumi izpildās, skat. A. gadījumā.

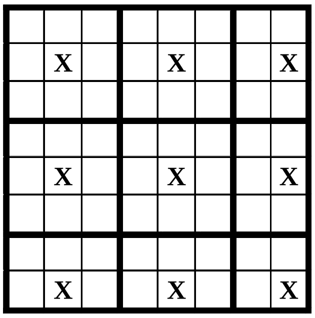
C. Divas a) tipa kartītes un divas b) tipa kartītes; Uz galda noliek vienu b) tipa kartīti ar skaitli, kas dalās ar 3, uz augšu, vienu b) tipa kartīti, ar skaitli, kas, dalot ar 3, dod atlikumu 2, un vienu a) tipa kartīti; šo skaitļu summa, dalot ar 3, dod tādu pašu atlikumu kā 0+2+1=3 jeb dalās ar 3 (uzdevuma prasības izpildītas).

D. Viena a) tipa kartīte un trīs b) tipa kartītes; uz galda noliek visas trīs b) tipa kartītes, piemēram, ar skaitļiem, kas dalās ar 3, uz augšu (vairāku skaitļu, kas dalās ar 3, summa arī dalās ar 3).

E. Četras b_ tipa kartītes; līdzīgi kā D. gadījumā, uz galda noliekam trīs kartītes ar skaitļiem, kas dalās ar 3, uz augšu.

Ir apskatītas visas iespējas, un vienmēr uzdevuma prasības izpildīt ir iespējams.

5. ***Atbilde:*** 9 figūriņas.



3. zīm.

Sadalīsim šaha galdiņu 9 taisnstūros kā parādīts 3.zīmējumā. Katrā no šiem taisnstūriem vismaz vienu figūriņu varēs izvietot neatkarīgi no tā, kā ir izvietotas figūriņas pārējos taisnstūros. Tāpēc nepieciešamas vismaz 9 figūriņas. Savukārt 3.zīmējumā ar **X** atzīmētajās rūtiņās ievietojot pa figūriņai, vairāk nevienu figūriņu atbilstoši uzdevuma nosacījumiem ievietot nevar – tātad 9 ir arī pietiekamais skaits.