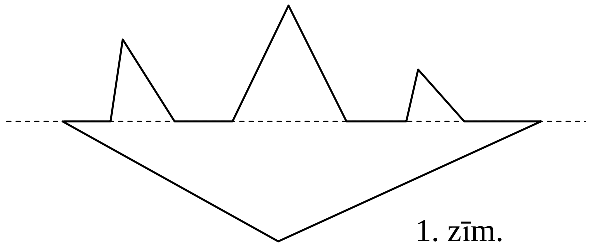
Jauno matemātiķu konkurss
1.kārtas uzdevumu atbildes un īsi atrisinājumi

1. Der, piemēram, skaitļi 199 ($1+9+9=19$; $199\cdot 199=39601$ un $3+9+6+0+1=19$), 289 ($289\cdot 289=83521$), 955 ($955\cdot 955=912025$) un citi.

2. Skat., piemēram, 1. zīm.



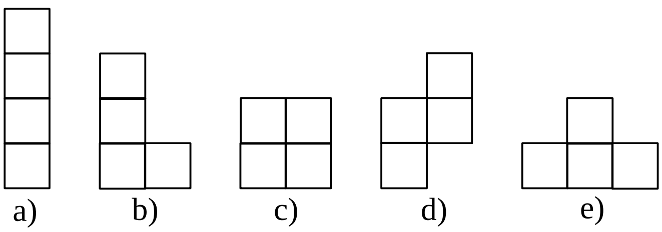
1. zīm.

3. Atbilde : cipars 1.

Rindā būs uzrakstīti četri viencipara skaitļi, tātad 4 cipari.
Pēc tam būs uzrakstīti visi 45 pāra divciparu skaitļi, kopā 90 cipari.
Pavisam ir 450 pāra trīsciparu skaitļu, kopā 1350 cipari.
Tātad, izrakstot visus pāra skaitļus no 2 līdz 998 ieskaitot, virknē būs uzrakstīti $4+90+1350=1444$ cipari.
Uzrakstot vēl visus 100 pāra skaitļus no 1000 līdz 1198 ieskaitot, būs uzrakstīti vēl 400 cipari; tātad kopā jau 1844 cipari. Līdz 2009. ciparam jāuzraksta vēl $2009-1844=165$ cipari jeb 41 četrciparu skaitlis un pirmais cipars no nākamā skaitļa (uzrakstot visus 50 pāra skaitļus no 1200 līdz 1298, tiktu uzrakstīti vēl 200 cipari, tātad interesējošais 2009. cipars ir kādā no šiem četrciparu skaitļiem). Tātad 2009. vietā ir cipars 1.

4. Atbilde: nē, nevar.

Katra figūriņa aizņem 4 rūtiņas, pavisam ir piecas figūriņas, tātad to kopējais laukums ir 20 rūtiņas. Taisnstūra, kura laukums ir 20 rūtiņas, izmēri var būt 2×10 rūtiņas vai 4×5 rūtiņas.
Pieņemsim, ka no dotajām figūriņām ir iespējams salikt kādu no minētajiem taisnstūriem. Izkrāsosim šī taisnstūra rūtiņas melnā un baltā krāsā šaha galdiņa veidā. Gan taisnstūrī 2×10 rūtiņas, gan 4×5 rūtiņas melnas būs tieši 10 rūtiņas.
Savukārt viegli pārbaudīt, ka 2.zīm. a) figūriņa, lai arī kā būtu novietota taisnstūrī, nosedz tieši divas melnas, tāpat arī 2. zīm. b), c) un d) figūriņas nosedz tieši divas melnas rūtiņas, bet 2.zīm. e) figūriņa nosedz vai nu 1, vai 3 melnas rūtiņas. Tātad visas piecas figūriņas kopā nosedz $2+2+2+2+1=9$ vai $2+2+2+2+3=11$ melnas rūtiņas.



2. zīm.

Esam ieguvuši pretrunu, jo taisnstūrī melnas ir tieši 10 rūtiņas (nevis 9 vai 11), tāpēc dotās piecas figūriņas nevar savietot tā, lai veidotos taisnstūris.
Piezīme: uzdevuma risinājumā izmantojām *invariantu metodi*: atradām nemainīgu lielumu (melno rūtiņu kopējais skaits), un pamatojām, ka ar dotajām figūriņām kopā nevar iegūt tieši tādu pašu lielumu.

5. Lielākais skolēnu skaits būs tad, ja katrs bērns būs izlasījis tieši vienu grāmatu, tātad kopā var būt ne vairāk kā 6+7+8=21 skolēni.

Savukārt mazākais skolēnu skaits būs tad, ja iespējami daudz bērnu ir izlasījuši trīs vai divas grāmatas. Trīs grāmatas var būt izlasījuši ne vairāk kā 6 skolēni (jo grāmatu par Alisi ir izlasījuši tikai 6 skolēni). Ja ir 6 skolēni, kas izlasījuši visas trīs grāmatas, tad vēl jābūt vienam skolēnam, kas nav lasījis grāmatu par Alisi, bet izlasījis grāmatu par Karlsonu. Šis pats skolēns var būt izlasījis arī grāmatu par Vinniju Pūku; tad jau ir 7 skolēni, kas izlasījuši grāmatu par Vinniju Pūku, bet jābūt vēl vienam skolēnam, kas izlasījis šo grāmatu, tātad tas skolēns ir izlasījis tikai grāmatu par Vinniju Pūku. Tātad mazākais iespējamais skolēnu skaits ir 6+1+1=8.

Taču skolēnu skaits klasē var būt jebkurš vesels skaitlis starp 8 un 21 ieskaitot. Pilnā risinājumā nepieciešams uzrādīt piemēru katram gadījumam.