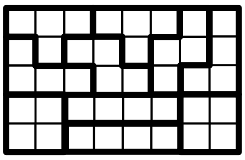
Jauno matemātiķu konkurss
2.kārtas uzdevumu atbildes un īsi risinājumi

1. Tā kā skaitlis 6·A beidzas ar ciparu 0, tad A var būt vai nu 0, vai 5. Ja A ir 0, tad skaitlim 5·K jābeidzas ar 8, kas nav iespējams. Tātad **A=5**. Tālāk ievērojam, ka der tikai **K=1** (citos gadījumos summā simtu pozīcijā neiegūsim 0), **S=2** un **P=7**.

2. Skat., piemēram, 2. zīmējumu.



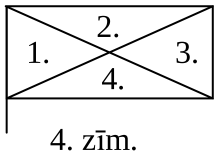
2. zīm.

3. a) Jā var; skat., piem., 3.zīm.

3. zīm.

b) Nē, nevar. Vispirms ievērosim, ka, tā kā visi aplīšos ierakstītie skaitļi ir veseli, un divu skaitļu vidējais aritmētiskais ir puse no šo skaitļu summas, tad <u>visos baltajos aplīšos jābūt ierakstītiem vienas paritātes skaitļiem</u> (t.i., visi pāra skaitļi vai visi nepāra skaitļi). Tāpat ievērosim, ka divu dažādu skaitļu vidējais aritmētiskais ir **lielāks par mazāko** skaitli un **mazāks par lielāko** skaitli. Tātad nedz skaitlis 1, nedz skaitlis 10 nevar būt ierakstīts pelēkā aplītī, tāpēc tiem abiem ir jābūt ierakstītiem baltajos aplīšos. Bet 1 ir nepāra skaitlis, bet 10 – pāra skaitlis. Ir iegūta pretruna ar pasvītroto apgalvojumu.

4. Atbilde: 84 karogus.



4. zīm.

Skaidrs, ka 1. trijstūri var nokrāsot jebkurā no 4 krāsām (skat. 4.zīm.). Kad 1. trijstūris nokrāsots, 2. trijstūri varam krāsot jebkurā no atlikušajām trīs krāsām, tātad 1. un 2. trijstūri kopā varam izkrāsot 4·3=12 dažādos veidos. Tagad krāsosim 3. trijstūri. Šķirosim divus gadījumus:

1) <u>3. trijstūris ir tādā pašā krāsā kā 1. trijstūris</u>; tad atlikušo 4.trijstūri var krāsot jebkurā no krāsām, kas atšķiras no 1. trijstūra krāsas, tātad 3 iespējas. Pavisam varam iegūt 12·3=36 dažādus karogus, kam 1. un 3. trijstūri ir vienā krāsā.

2) <u>3. trijstūris ir citā krāsā nekā 1.trijstūris</u>; tad 3.trijstūri var izkrāsot vienā no divām krāsām (kuras vēl nav izmantotas 1. un 2. trijstūra krāsošanai). Pēc tam 4. trijstūri arī varēs izkrāsot vienā no 2 krāsām (tādā, kas vēl nav izmantota 1. un 3. trijstūra krāsošanai). Tātad pavisam varam iegūt 12·2·2=48 tādus karogus, kam 1. un 3. trijstūris ir dažādās krāsās.

Līdz ar to, izmantojot dotās 4 krāsas, var iegūt 36+48=**84** dažādus karogus.

5. Atbilde: bulciņa maksā 19 santīmus, bet tējas tase maksā 2 santīmus.

Apzīmēsim bulciņas cenu ar *b*, tējas cenu – ar *t*. Pie tam ievērosim, ka visas cenas ir vesels skaits santīmu. Tad uzdevuma situāciju raksturo divas nevienādības:

$$5b+3t>100 \text{ jeb } 5b+3t\geq 101 \quad (*)$$
$$3b+2t<62 \text{ jeb } 3b+2t\leq 61. \quad (**)$$

No nevienādību (**), iegūstam pareizu nevienādību $6b+4t\leq122$ (t.i., ja 3 bulciņas un 2 tējas tases maksā ne vairāk kā 61 santīmu, tad divreiz lielāks pirkums maksās ne vairāk kā $2\cdot61=122$ sant.).

$$6b+4t=(5b+3t)+(b+t)\leq122$$

Tā kā $5b+3t\geq101$, tad jābūt $\boldsymbol{b+t\leq21}$ (citādi kopējā summa būs lielāka nekā 122).
Tāpat varam ievērot, ka $10b+6t=b+(9b+6t)\geq202$, bet $9b+6t=3(3b+2t)\leq3\cdot61=183$. Tāpēc $\boldsymbol{b\geq19}$.
Pārbaudot visas b un t vērtības, kas apmierina izceltos nosacījumus (t.i., $b=19$ un $t=1$; $b=19$ un $t=2$; $b=20$ un $t=1$), redzam, ka uzdevuma nosacījumus apmierina tikai vērtības $b=19$ un $t=2$.