

**Jauno matemātiķu konkursa
2010./11. m.g.
4. kārtas uzdevumu atrisinājumi**

1. Atbilde: $A=1$ un $B=9$.

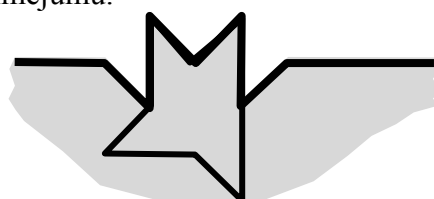
Tā kā reizinājuma $B \cdot B$ pēdējais cipars ir A un $A \neq B$, iespējamās A vērtības ir 1 ($B=9$), 4 ($B=2$ vai 8), 6 ($B=4$) vai 9 ($B=3$ vai 7). Izanalizējot visus gadījumus, iegūstam, ka der tikai $A=1$ un $B=9$.

$$\begin{array}{r} 12345679 \\ \cdot \quad 9 \\ \hline 111111111 \end{array}$$

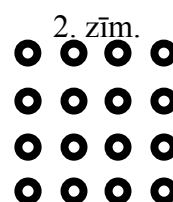
2. Atbilde: $x=16$ un $y=8$.

Pēc uzdevuma nosacījumiem seko, ka (1) x h y min. + x h y min. = y h x min. vai (2) x h y min. + x h y min. = $(y + 24)$ h x min. Tā kā gan x , gan y apzīmē arī stundas, un diennaktī ir 24 stundas (elektroniskais pulkstenis rāda tikai 23 stundas – pēc rādījuma 23:59 seko rādījums 00:00), tad gan $x < 24$, gan $y < 24$. Ja būtu patiesa vienādība (1), iegūstam, ka $2y = x$ un $2x = y$, tas iespējams tikai tad, ja $x=y=0$ – tātad Žanis pusnaktī uzkāpa uz kuģa un acumirkļi nokāpa – nekāda ceļojuma nebija. No vienādības (2) seko, ka $2y = x$ un $2x = y + 24$, no kurienes iegūstam $y = 8$ un $x = 16$. Tātad Žanis uzkāpa uz kuģa plkst. 16:08, ceļoja 16 stundas un 8 minūtes un no kuģa nokāpa nākamajā rītā plkst. 8:16.

3. Skat. 1. zīmējumu.



1. zīm.



4. Atbilde: pietiek slēgt 8 ielu posmus, skat., piem., 2. zīm.

Pavisam ir 16 „sliktie” krustojumi, no kuriem sākotnēji varēja aizbraukt 4 virzienos (2. zīm. attēloti ar aplīšiem). Slēdzot vienu ielas posmu, divos krustojumos (kurus savieno slēgtais posms) iespējamais virzienu skaits samazinās par 1. Tāpēc nepieciešams slēgt vismaz $16:2=8$ ielu posmus.

5. Atbilde: 10 godīgie un 10 meļi.

Skaidrs, ka pirmais cilvēks meloja, bet pēdējais teica patiesību. Pie tam, ja kāds cilvēks bija teicis patiesību, tad arī nākamais aiz viņa ir teicis patiesību. Apskatīsim k -to cilvēku: viņš apgalvo, ir ne vairāk kā $k-1$ godīgais cilvēks, tātad ir vismaz $20 - (k - 1) = 21 - k$ meļi. Lai k -tais cilvēks būtu godīgs, jāizpildās nevienādībai $k > 21 - k$ jeb $k > 10$. Tātad patiesu apgalvojumu pirmais pateica 11. cilvēks.