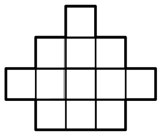
Jauno matemātiķu konkurss 2011./12. m.g.

1. kārtas uzdevumu atrisinājumi

1. Atbilde: Skat. 1. zīm.
Ievērojam, ka, tā kā katrā rūtiņā jāieraksta viens cipars, apakšējo rindiņu var aizpildīt vienā vienīgā veidā: $8\cdot1:8=1$. Kreisā stabiņa otrajā rindā jābūt skaitlim, ar kuru dalās 4 (1, 2, vai 4), bet trešajā rindiņā – skaitlim, kas dalās ar 3 (3, 6 vai 9). Pārbaudot iegūstam, ka vienīgā iespēja, kā aizpildīt kreiso stabiņu, ir $4:2+6=8$. Tagad varam viennozīmīgi aizpildīt otro un trešo rindiņu, kā arī otro un trešo stabiņu, līdz ar to visas rūtiņas ir aizpildītas.

4	·	2	–	3	=	5
:		·		:		+
2	+	2	–	1	=	3
+		–		+		–
6	:	3	+	5	=	7
=		=		=		=
8	·	1	:	8	=	1

1. zīm.

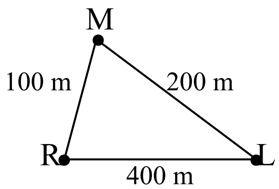


2. zīm.

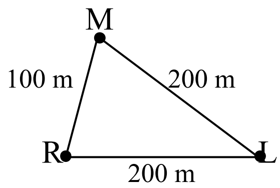
2. Skat., piem. 2. zīm.

3. Apzīmēsim Votivapas ar V, Šilišallas – ar S, Lubilellus – ar L, Rumpellus – ar R, Zimzapus – ar Z. Pēc uzdevuma nosacījumiem vienā koalīcijā kopā nevar darboties Z un V, kā arī S un R. Tātad koalīcijā var apvienoties ne vairāk kā 3 partijas. Iespējamās koalīcijas ir: V+S+L (75%), V+L+R (65%), L+Z+S (55%), L+Z+R (45%), V+S (55%), V+L (50%), V+R (45%), S+L (45%), S+Z (35%), L+R (35%), L+Z (30%), R+Z (25%). Četras no šīm koalīcijām apvieno vairāk nekā pusi no visiem deputātiem.

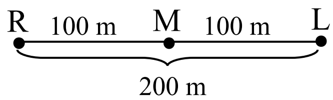
4. Ja Maksis un Leo abi būtu teikuši patiesību, tad būtu 5. zīm. attēlotā situācija. Taču tā būt nevar, jo trijstūra katru divu malu summai jābūt lielākai nekā trešā mala. Tātad vai nu Maksis, vai Leo melo.



5. zīm.



6. zīm.



7. zīm.

Ja patiesību teikuši Maksis un Ričs, iegūstam 6. zīm. attēloto situāciju, bet, ja patiesību teikuši Leo un Ričs – 7. zīm. attēloto situāciju.

5. No 11 kartiņām var izveidot 165 dažādus kartiņu trijniekus, pie tam katrs trijnieka summa var pieņemt tikai 142 dažādas vērtības (no 6 līdz 147). Tāpēc būs divi trijnieki, kas pieņem vienādas vērtības. Atliek pārliecināties, ka ir divi tādi trijnieki, kuros visi seši skaitļi ir dažādi.