

Jauno matemātiķu konkurss 2012./13. m.g.
3. kārtas uzdevumu atrisinājumi

1. Atrodi skaitli!

Apzīmēsim skaitļa N desmitu ciparu ar a , bet vienu ciparu – ar b . Tad $N=10a+b$.

No (1) nosacījuma iegūstam $100a + 50 + b = 10a + b + 230$, no kurienes seko, ka $a=2$.

No otrā nosacījuma iegūstam, ka $500 + 10a + b = k(10a + b)$. Zinot, ka $a=2$, izteiksim k : $k = \frac{520 + b}{20 + b} = \frac{(520 + 26b) - 25b}{20 + b} = 26 - \frac{25b}{20 + b}$. Tā kā k ir vesels skaitlis,

tad daļas $\frac{25b}{20 + b}$ vērtība arī vesels skaitlis, t.i., $25b$ dalās ar $(20+b)$, tātad b dalās ar 5.

Tā kā b ir cipars, tad b var būt tikai 0 vai 5.

Pārbaudot redzam, ka abi skaitļi **20** un **25** apmierina uzdevuma nosacījumus.

2. Trijstūris

No trijstūra nevienādības seko, ka trešās malas garums ir mazāks nekā pārējo divu malu garumu summa un lielāks nekā pārējo divu malu garumu starpība. Ja trešās malas garums ir a centimetri, kur $6 < a < 20$, tad trijstūra perimetrs $P=20+a$ centimetri un $26 < P < 40$. Tā kā P ir pirmskaitlis, tad tas var būt 29 cm , 31 cm vai 37 cm . Tad atbilstoši trijstūra trešās malas garums a var būt **9 cm**, **11 cm** vai **17 cm**.

3. Skaitļu virkne

Apskatīsim virknes, kuru pirmie locekļi ir dotie skaitļi. Ievērosim: ja virknē kāds skaitlis atkārtojas, tad visa turpmākā virkne arī periodiski atkārtosies, jo katrs nākamais virknes loceklis ir iegūstams no iepriekšējā virknes locekļa.

2, 4, 4, ...

3, 6, 5, 10, 7, 14, 9, 6, 5, ...

4, 4, ...

5, 10, 7, 14, 9, 6, 5, ...

6, 5, 10, 7, 14, 9, 6, ...

7, 14, 9, 6, 5, 10, 7, ...

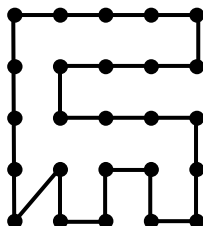
8, 4, 4, ...

9, 6, 5, 10, 7, 14, 9, ...

Redzam, ka virknē pirmais loceklis vēl atkārtosies gadījumos, kad virknes pirmais loceklis ir 4, 5, 6, 7 vai 9. Savukārt pārējos gadījumos virknes pirmais loceklis neatkārtosies. Piemēram, 2 un 3 noteikti nevar atkārtoties, jo mazākā divu pirmskaitļu summa var būt $2+2=4 > 3$.

4. Lauztā līnija

Skat., piem., 2. zīm.



2. zīm.

5. Meļi un bruņinieki

Ja doto apgalvojumu „*Manā ciltī man ir vairāk draugu nekā kaimiņu ciltī.*” ir izteicis bruņinieks, tad tas ir patiess un nozīmē, ka bruņiniekam draugu-bruņinieku ir vairāk nekā draugu-meļu. Savukārt, ja šo apgalvojumu ir izteicis melis, tad tas nozīmē, ka melim draugu-meļu ir ne vairāk kā draugu-bruņinieku. Tātad katram salas iemītniekam draugu-meļu ir ne vairāk kā draugu-bruņinieku.

Var gadīties, ka meļu ir vairāk nekā bruņinieku. Piemēram, uz salas dzīvo 3 bruņinieki, kas visi draudzējas savā starpā, bet neviens nedaudzējas ne ar vienu meli (tātad katram bruņiniekam ir 2 draugi-bruņinieki un 0 draugi-meļi), un 4 meļi, kas ne ar vienu nedraudzējas (tātad katram bruņiniekam ir 0 draugi-bruņinieki un 0 draugi-meļi). Visi uzdevuma nosacījumi ir apmierināti.

Piezīme. Dotais nav vienīgais piemērs, kas apmierina uzdevuma nosacījumus.