

MĀJAS DARBS

1. uzdevums

Aprēķini! (Parādi arī risinājuma gaitu!)

$$1) \lim_{x \rightarrow 4} 3^x =$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 8x + 7} =$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2012}{(3+x)^2} =$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{\sqrt{x} - 2} =$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 2012}{3x^2 - 2013x + 1} =$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+3} - x \right) =$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{2012} + 5x^7}{3x^{2013} - 4x^{1000} + 75x^9} =$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x-2} =$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 5x^2 + 2}{3x^2 - 2x + 1} =$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} =$$

Atrisinājums

$$1) \lim_{x \rightarrow 4} 3^x = 3^4 = 81$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2012}{(3+x)^2} = \left(\frac{2012}{0} \right) = \infty$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 2012}{3x^2 - 2013x + 1} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{4}{x} + \frac{2012}{x^2}}{3 - \frac{2013}{x} + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{3}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{2012} + 5x^7}{3x^{2013} - 4x^{1000} + 75x^9} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x} + \frac{5}{x^{2006}}}{3 - \frac{4}{x^{1013}} + \frac{75}{x^{2004}}} = \frac{0}{3} = 0$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 5x^2 + 2}{3x^2 - 2x + 1} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^3}}{\frac{3}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}} = \left(\frac{5}{0} \right) = \infty$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 8x + 7} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+5)(x-1)}{(x-7)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+5}{x-7} = -\frac{6}{6} = -1$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{\sqrt{x} - 2} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+3)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+3)(\sqrt{x}+2)}{x-4} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} (x+3)(\sqrt{x}+2) = 7 \cdot 4 = 28$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+3} - x \right) = (\infty - \infty) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^2 - 3x}{x+3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x}{x+3} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3}{1 + \frac{3}{x}} = -3$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x-2} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{2x+5} - 3)(\sqrt{2x+5} + 3)}{(x-2)(\sqrt{2x+5} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x+5} + 3)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

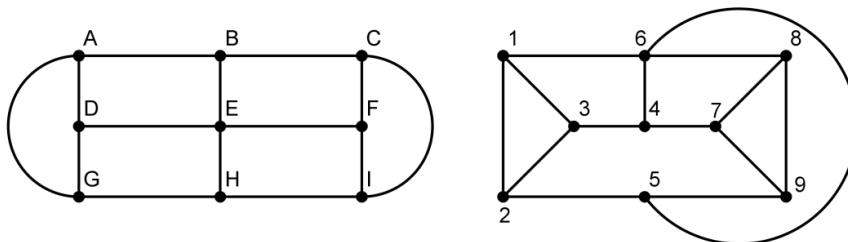
$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x - (1-x)}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = \frac{2}{2} = 1$$

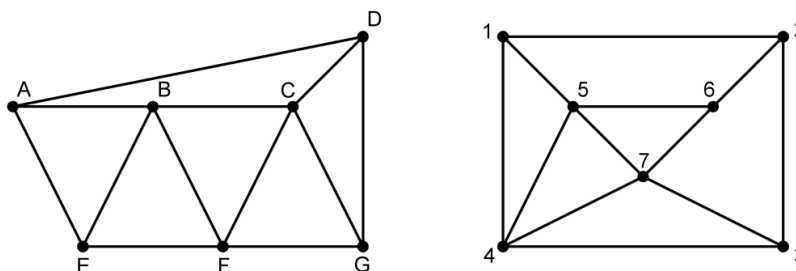
2. uzdevums

Noteikt, vai katrā gadījumā dotie divi grafi ir izomorfi. Parādīt atbilstību starp virsotnēm (ja grafi ir izomorfi) vai paskaidrot, kāpēc grafi nav izomorfi.

a)



b)



Atrisinājums

a) Dotie grafi ir izomorfi. Viens no variantiem, kā var pārsaukt to virsotnes, ir:

A – 3; B – 4; C – 7; D – 1; E – 6; F – 8; G – 2; H – 5; I – 9.

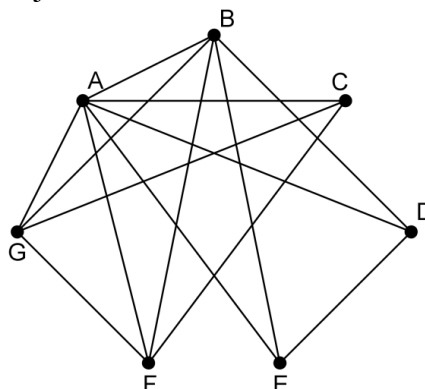
b) Dotie grafi nav izomorfi, jo pirmajā grafā katra virsotne ar pakāpi 3 ir savienota ar virsotni ar pakāpi 4, bet otrajā grafā ir virsotne ar pakāpi 3 (virsotne 2), kas savienota tikai ar virsotnēm ar pakāpi 3.

3. uzdevums

Vai eksistē grafs, kurā virsotņu pakāpes ir **a)** 6, 5, 4, 4, 3, 3, 3; **b)** 6, 5, 4, 4, 4, 3, 3? Uzzīmēt grafu (ja tāds eksistē) vai paskaidrot, kāpēc grafs neeksistē.

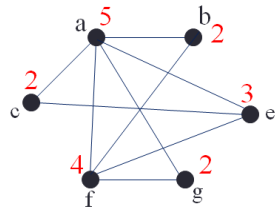
Atrisinājums

a) Jā, eksistē, skat., piemēram, zīmējumā:



b) Šāds grafs neeksistē, jo ir 3 virsotnes ar nepāra pakāpi, bet virsotnēm ar nepāra pakāpi jābūt pāra skaitā (skat. 19. slaidu prezentācijā).

Virsoņnes pakāpe



Virsoņnes u pakāpe:
šķautņu skaits, kas
iziet no u.

$$5+4+3+2+2+2 = ?$$

Pakāpju summa = 2*šķautņu skaits

Pakāpju summa – pārskaitlis.