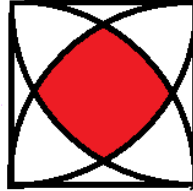


MĀJAS DARBS

1. uzdevums

Aprēķināt sarkanās daļas laukumu, ja to ierobežo četru vienības riņķa līniju (to centri atrodas vienības kvadrāta virsotnēs) loki, sk. 1. zīm. (Šo uzdevumu var risināt gan ar integrāļu palīdzību (skat. prezentācijas 29. slaidu), gan arī neizmantojot integrāļus.)



1. zīm.

2. uzdevums

Aprēķināt $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, ja $a_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{n}{3^n}$.

Aprēķināt pirmos četrus locekļus: a_1, a_2, a_3, a_4 .

Norādījums. Izmantot bezgalīgi dilstošas ģeometriskās progresijas summas formulu:

$$1 + x + x^2 + \dots = \frac{1}{1-x}, \quad |x| < 1. \quad (\text{Skat. prezentācijas 21. slaidu.})$$

3. uzdevums

Uz parabolas $y = x^2$ izvēlēti trīs punkti P_1, P_2, P_3 , kuru abscisas attiecīgi ir: $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$.

$A = (0; 1), B = (1; 1), O = (0; 0)$. Aprēķināt četrstūra $OABP_2$ un sešstūra $OABP_3P_2P_1$ laukumu.

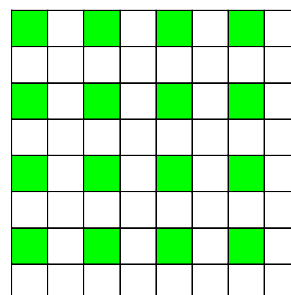
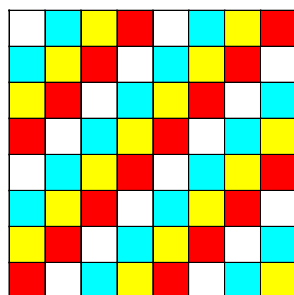
4. uzdevums

Uzrakstiet lekcijā aplūkotā uzdevuma pilnu atrisinājumu, izmantojot abus lekcijā dotos krāsojumu invariantus. Vai varat atrast vēl kādu citu noderīgu krāsojumu?

Lekcijā dotais uzdevums:

Kvadrāts ar izmēru 100×100 ir pilnībā noklāts ar divu veidu rūtiņu figūrām, kuru izmērs ir 2×2 rūtiņas un 1×4 rūtiņas tā, ka figūras savstarpēji nepārklājas. Vai ir iespējams noņemt vienu kvadrātisko figūru un aizvietot to ar taisnstūra figūru, lai atkal var izveidot lielā kvadrāta visu rūtiņu pārklājumu?

Krāsojumi:



5. uzdevums

Pierādiet, ka jebkuram veselam pozitīvam skaitlim N var atrast tādu skaitli, kurš dalās ar N un kura pieraksts sastāv tikai no cipariem 0 un 1! Gadījumā, ja N un skaitlis 10 ir savstarpēji pirmskaitļi, pierādiet, ka uzdevumā minētā skaitļa pieraksts sastāv tikai no cipariem 1!

6. uzdevums

Kubs salikts no 27 vienības kubiņiem. Šaha zirdziņš var lekt no viena kubiņa centra uz cita kubiņa centru, lecot 2 kubiņus taisni, vienu, pagriežoties par 90° , vai 1 taisni, tad 2, pagriežoties par 90° .

a) Vai zirdziņš var veikt tādu ceļu, ka viņš ieļec katrā kuba stūrī un katrā vienības kubā, kuri ir šajā ceļā, viņš ieļec ne vairāk kā vienu reizi?

b) Vai iespējams izpildīt a) punktā minēto ceļu, ja zirdziņš šķērso katru kuba skaldni ne vairāk kā 2 reizes? (Zirdziņš šķērso kuba skaldni, ja viņš veic lēcieni no viena skaldnes kubiņa uz citu šīs skaldnes kubiņu.)

Gaidām Jūsu risinājumus līdz 2. februārim plkst. 11:00 elektroniski uz e-pastu nms@lu.lv, vēstulei norādot tēmu „MMU 4. mājas darbs”, vai arī varat tos iesniegt 2. februārī pie reģistrēšanās.