

LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skola
Latvijas 54. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

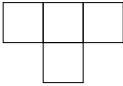
5. klase

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

1. Vai naturālos skaitļus no 1 līdz 20 ieskaitot var izrakstīt katru tieši vienu reizi
a) rindā,
b) pa apli
tā, lai katru divu blakus uzrakstītu skaitļu starpība būtu vismaz 10?

2. Vai naturālos skaitļus
a) no 1 līdz 12 ieskaitot,
b) no 1 līdz 13 ieskaitot
var sadalīt grupās tā, lai katras grupas skaitļu summa dalītos ar 3?

3. Katra kuba skaldne sadalīta 4 vienādos kvadrātiņos. Vai kuba virsmu var pilnībā aplīmēt ar sešām tādām figūrām, kāda redzama 1. zīm.? (Rūtiņas, no kurām sastāv šī figūra, ir tikpat lielas kā tās, kurās sadalīta kuba virsma.)



1. zīm.

4. Kvadrāts sastāv no 9×9 vienādām kvadrātiskām rūtiņām. Tajā iekrāsoti 5 taisnstūri, katrs no kuriem sastāv no 4 rūtiņām (šie taisnstūri nav kvadrāti). Vai var gadīties, ka katram no 2 rūtiņām sastāvošam taisnstūrim ir vismaz viens kopīgs punkts ar kādu jau iekrāsoto taisnstūri?
Vai tā var gadīties, ja kvadrāta izmēri ir 10×10 rūtiņas?

5. Uz tāfeles uzrakstīta burtu virkne **a b a b a b a b a b a**. Ar vienu gājieni atļauts izvēlēties jebkuru daudzumu pēc kārtas uzrakstītu burtu, nodzēst tos un atbrīvotajā vietā uzrakstīt šos pašus burtus apgrieztā secībā (piemēram, **ab** var aizstāt ar **ba**).
Ar kādu mazāko daudzumu gājieni, izpildot tos vienu pēc otra, var uz tāfeles iegūt virkni **a a a a a b b b b b**?

LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skola
Latvijas 54. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

6. klase

Katra uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

1. Andrim ir trīsreiz mazāk naudas nekā Jānim un Pēterim kopā, bet Jānim ir četrreiz mazāk naudas nekā Andrim un Pēterim kopā. Kam ir vairāk naudas: Andrim vai Jānim?

2. Kvadrāts sastāv no 7×7 vienādām kvadrātiskām rūtiņām. Griežot pa rūtiņu līnijām, tas jāsgriež gabalos, no kuriem nekādi divi nav vienādi. Kāds ir lielākais iespējamais gabalu skaits? (Divus gabalus, kas ir viens otra spoguļattēli, uzskata par vienādiem.)

3. Sauksim naturālu skaitli par labu, ja, atņemot no šī skaitļa tā ciparu reizinājumu, iegūst tā ciparu summu. Kuri divciparu naturāli skaitļi ir labi?

4. Kvadrāts sastāv no 3×3 rūtiņām. Katrā rūtiņā ierakstīts kaut kāds naturāls skaitlis (starp tiem var būt arī vienādi). Visās rindās un visās kolonnās ierakstīto skaitļu summas ir dažādas. Kāda ir mazākā iespējamā visā tabulā ierakstīto skaitļu summa?

5. Ap galdu sēž 7 cilvēki. Katriem trim pie galda sēdošiem cilvēkiem var atrast tādu pie galda sēdošu cilvēku, kurš pazīst tos visus trīs. Pierādīt: pie galda ir tāds cilvēks, kurš pazīst visus pārējos ap galdu sēdošos.
(Piezīme: ja A pazīst B, tad arī B pazīst A.)

LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skola
Latvijas 54. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

7. klase

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

1. Kādu mazāko daudzumu no skaitļiem 1; 2; 3; ...; 14; 15 var izsvītrot, lai katru divu atlikušo summa būtu salikts skaitlis?

2. Šajā uzdevumā runājam par funkcijām, kas definētas visiem x . Pieņemsim, ka $y=f(x)$ un $y=g(x)$ abas ir lineāras funkcijas.
 - a) vai var gadīties, ka $y=f(x)+g(x)$ nav lineāra funkcija?
 - b) vai var gadīties, ka $y=f(x)\cdot g(x)$ ir lineāra funkcija?

3. Nogriežņu AB, BC, CD, DA, BD garumi ir 2 cm, 3 cm, 4 cm, 7 cm, 10 cm (varbūt citā secībā). Nekādi 3 no punktiem A, B, C, D neatrodas uz vienas taisnes.
Cik garš ir nogrieznis BD?

4. Kvadrāts sastāv no 8×8 rūtiņām. Katrā rūtiņā ierakstīts naturāls skaitlis no 1 līdz 64 (visi skaitļi ir dažādi). Vai var gadīties, ka katrā rindā un katrā kolonnā atradīsies trīs tādi dažādi skaitļi, no kuriem viens vienāds ar abu pārējo reizinājumu?

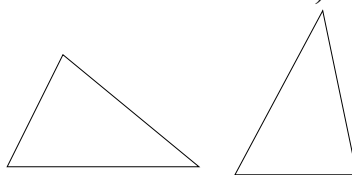
5. Kvadrāts sastāv no 15×15 vienādām kvadrātiskām rūtiņām. No tā jāizgriež taisnstūrus ar izmēriem 1×9 rūtiņas. Kādu lielāko daudzumu šādu taisnstūru var izgriezt?

LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skola
Latvijas 54. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

8. klase

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

1. Kādu mazāko daudzumu no skaitļiem 1; 2; 3; ...; 14; 15 var izsvītrot, lai atlikušos varētu sadalīt divās grupās ar īpašību: vienas grupas visu skaitļu reizinājums vienāds ar otras grupas visu skaitļu reizinājumu?
2. Ir zināms, ka skaitļa 2^{200} decimālajā pierakstā ir 61 cipars. Cik daudziem no skaitļiem $2^1; 2^2; 2^3; \dots; 2^{199}; 2^{200}$ decimālais pieraksts sākas ar ciparu 1?
3. Nekādas trīs piecstūra virsotnes neatrodas uz vienas taisnes. Kādā lielākajā un kādā mazākajā skaitā punktu var krustoties piecstūra diagonāles? (Atceramies, ka piecstūris var arī nebūt izliekts.)
4. Dots, ka $a < b < c < d < e$ – naturāli skaitļi. Pie stacijas automašīnā iekrauj $a+b+c+d+e$ saiņus. No tiem a saiņi jāaizved uz a km attālo ciemu A, b saiņi – uz b km attālo ciemu B, ..., e saiņi – uz e km attālo ciemu E. Pieejami tikai tādi ceļi, kas savieno staciju ar ciemiem, pie tam uz katru ciemu no stacijas ved cits ceļš (tātad pēc katra ciema apmeklēšanas jāatgriežas pie stacijas, pirms var braukt uz nākošo ciemu). Katram ciemam paredzētos saiņus drīkst izkraut no mašīnas tikai šajā ciemā. Viena saiņa pārvadāšana 1 km attālumā izmaksā 1 latu; braukšana bez saiņiem nemaksā neko. Kādā secībā jāapmeklē ciemi, lai kopējās pārvadājumu izmaksas būtu vismazākās iespējamās? (Ja mazākās izmaksas sasniedzamas vairāk nekā vienā veidā, tad jāuzrāda tos visus.)
5. Jānis sadala a metrus garu nogriezni 3 mazākos nogriežņos; pēc tam Pēteris sadala b metrus garu nogriezni 3 mazākos nogriežņos. Pēteris grib, lai no iegūtajiem 6 nogriežņiem varētu vienlaicīgi salikt divu trijstūru kontūras, skat. 2.zīm.; Jānis cenšas to nepieļaut. Kurš no zēniem var sasniegt savu mērķi? (Atbilde **varbūt** ir atkarīga no a un b vērtībām.)



2. zīm.