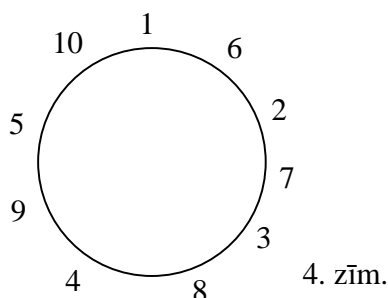


Īsi atrisinājumi.

5.1. „-” zīmes var likt pirms 4 un 9; 5 un 8; 6 un 7. Starp citu, tās ir vienīgās iespējas (tas bērniem nav jāpamato).

5.2. a) var. Skat., piem., 4. zīm.



b) nē, nevar. Skaitlim „5” iespējams tikai viens kaimiņš – skaitlis „10”.

5.3. a) Nē, nevar; neviena meitene nav garāka par visgarāko zēnu.

b) jā, var; skat. sekojošo tabulu, kur doti augumi centimetros.

Zēni	Meitenes
170	169
168	167
166	165
164	163
162	161

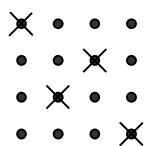
„Alfa”

Zēni	Meitenes
170	161
168	169
166	167
164	165
162	163

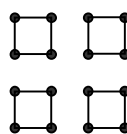
„Gamma”

5.4. Nē. Rūtiņu kopskaits ir 17. Vienīgais veids, kā 17 sadalās naturālos reizinātājos, ir $1 \cdot 17 = 17 \cdot 1$. Bet divas no dotajām figūrām nevar ietilpināt joslā ar platumu „1”.

5.5. To, ka ar 4 punktiem pietiek, skat. 5. zīm.



5.zīm.



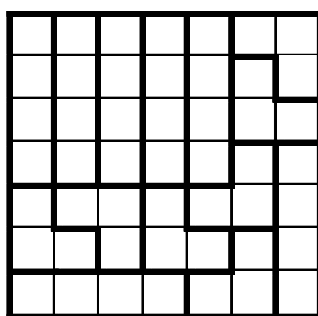
6.zīm.

Skaidrs, ka vismaz 4 punkti jānodzēš, lai „likvidētu” kaut vai tikai 6. zīm. redzamos kvadrātus.

6.1. Acīmredzami, 62.

6.2. a) nē. 12 figūriņām ir pats lielākais $12 \cdot 4 = 48 < 7 \cdot 7$ rūtiņas;

b) jā. Skat., piem., 7. zīm.



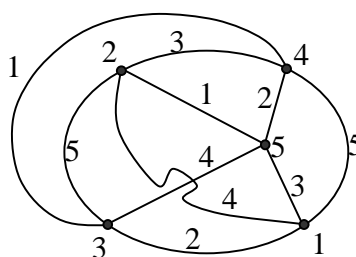
7. zīm.

6.3. a) nē. Ja x vai y ir pāra skaitlis, tad $xy(x-y)$ ir pāra skaitlis; ja gan x , gan y ir nepāra, tad $x-y$ ir pāra, un $xy(x-y)$ atkal ir pāra.

b) piemēram, $x = 10$; $y = 6$.

6.4. Var ņemt, piemēram, $n = 1111111$.

6.5. Piemēru ar $n = 5$ skat. 8. zīm.



8. zīm.

Tā kā lampai un 4 vītņēm, kas tai piestiprinātas, visām jābūt dažādās krāsās, tad ar mazāk nekā 5 krāsām nepietiek.

7.1. Jebkuru: $n = (n^3)^3 : (n^2)^4$.

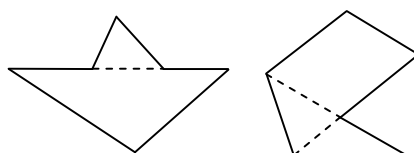
7.2. Jā. Pieņemsim, ka $x = 4$; $y = 5$; $z = 6$; $t = 10$. Ja Maija ēd y vai z , Andris paspēj sākt ēst t , un $4 + 10 > 5 + 6$. Ja Maija ēd t , Andris pēc x ēd y un vēl paspēj sākt ēst z , iekāms Maija pabeigusi ēst t .

7.3. Ja cīkstoņu ir c un vingrotāju – v , tad cīkstoņu kopsvars ir $84c$ un vingrotāju kopsvars – $54v$.

Tāpēc $\frac{84c + 54v}{c + v} = 71$, no kurienes iegūstam $13c = 17v$. Tātad $13c$ dalās ar 17 . Tā kā

$\text{LKD}(13; 17) = 1$, tad c dalās ar 17 .

7.4. Jā. Skat. 9. zīm.



9. zīm.

7.5. Atbilde: $n = 13$.

Parādīsim, ka šī vērtība der. Izkrāsojam rūtiņas šaha galdiņa kārtībā tā, ka stūra rūtiņas ir melnas. Melnajās rūtiņās ierakstām „1”, 8 baltajās rūtiņās „2”, citās baltajās rūtiņās „0”. Tiešām, $85 \cdot 1 + 8 \cdot 2 = 85 + 16 = 101$.

Ja n – pāra skaitlis, tad gan balto, gan melno rūtiņu ir pāra skaits. Melnajās rūtiņās ir vienas paritātes skaitļi, baltajās – otras. Tātad kopā jābūt ierakstītam pāra skaitam nepāra skaitļu; tāpēc ierakstīto skaitļu summa nevar būt nepāra skaitlis 101.

Ja n – nepāra skaitlis, $n \geq 15$, tad katras krāsas rūtiņu ir vismaz $(225 - 1) : 2 = 112$. Vienas krāsas rūtiņās visi skaitļi ir nepāra, tātad vismaz 1; tāpēc to summa ir vismaz $112 > 101$ – pretruna.

8.1. Ja mazākā laimīgā skaitļa pēdējais cipars nav 9, tad abu skaitļu ciparu summas ir viens otram sekojoši naturāli skaitļi; tāpēc viena no tām ir nepāra – pretruna.

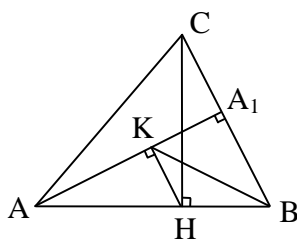
8.2. Katrā griežot iegūtajā kvadrātā vienas krāsas rūtiņu ir par 1 vairāk nekā otras krāsas rūtiņu, un vairākums rūtiņu ir tajā krāsā, kurā ir centrālā rūtiņa. „Vairākumu nodrošinošo” balto rūtiņu jābūt tikpat, cik „vairākumu nodrošinošo” melno rūtiņu, jo lielajā kvadrātā melno un balto rūtiņu ir vienāds daudzums.

8.3. No nevienādības $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 > 0$, atverot iekavas, seko $a^2 + b^2 + c^2 > ab + ac + bc$.

8.4. Atbilde: zaļu.

Risinājums. Cepuru virkne ir periodiska ar periodu ZBVSD. Ja Katrīna nekļūdītos, tad 2008. dienā viņa nēsātu violetu cepuri, jo $2008 = 401 \cdot 5 + 3$. Tātad kļūdas dēļ notika pārbīde par 2 cepurēm uz priekšu. Varam uzskatīt, ka dienā pirms kļūdainās izvēles Katrīna pareizajā secībā valkāja **trīs** cepures, no kurām pirmā ir tā, kuru viņa valkāja patiesībā. Skaidri redzams, ka tā ir zaļa.

8.5. Ievērosim, ka $\angle KAH = 90^\circ - \angle B = \angle HCB$. Tāpēc $\triangle KAH = \triangle HCB$ (hl). Tāpēc $HK = BH$. Tātad $\triangle KHB$ – vienādsānu un $\angle HBK = \angle HKB$. Bet $\angle HKB = \angle KBC$, jo $HK \parallel BC$. Tātad $\angle HBK = \angle KBC$, k.b.j.



10. zīm.

