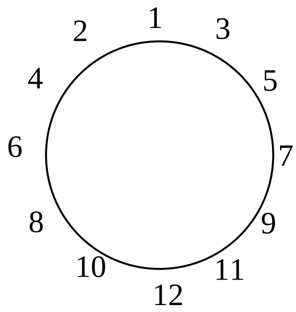
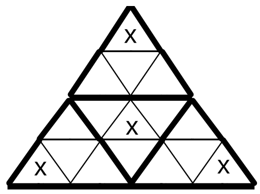
Īsi atrisinājumi.

5.1. Piemēram, skat. 1. zīm.



1. zīm.

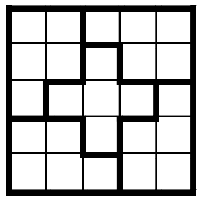


2.zīm.

5.2. Andra „kods" var būt divciparu, trīsciparu vai četrciparu. To atšifrējot, problēmas var radīt tikai trīsciparu kodi, pie tam tikai tādi, kam pēdējais cipars ir 1 vai 2; tad priekšpēdējais cipars noteikti ir 1. Tā kā janvārī ir 31 diena, iegūstam 111; 211; 311; tā kā februārī ir augstākais 29 dienas, iegūstam 112 un 212. Tātad pavisam ir 5 šādi kodi.

5.3. Katrā izdalītajā daļā drīkst nokrāsot augstākais vienu trijstūrīti (skat. 2.zīm.). Tāpēc maksimums ir 4 (piemēram, stūra un centrālā rūtiņa).

5.4. Jā, var. Skat., piem., 3.zīm.



3.zīm.

5.5. Atbilde: 3 stundās.

Ja rūķīši runā šādi: AB, CD, EF, GH; AC, BD, EG, FH; AE, BF, CG, DH, tad vajadzīgais tiek sasniegts.

Tā kā katru jaunumu pēc 2 stundām var zināt augstākais 4 rūķīši, tad ar 2 stundām nepietiek.

6.1. a) nē. Ja kastu būtu n, tad rūķīšu piedalīšanos kopā būtu gan $2 \cdot n$, gan $5 \cdot 3$. Bet naturālam n nevar pastāvēt vienādība $2n = 15$.

b) jā, skat. 4.zīm.

	K1	K2	K3	K4	K5	K6
R1	X	X	X			
R2	X			X	X	
R3		X		X		X
R4			X		X	X

4.zīm.

6.2. a) jā; piemēram, $10 \cdot 17 - 13 \cdot 13 = 1$.

b) nē, jo gan 39, gan 91 dalās ar 13, bet 2 – nedalās.

6.3. Jā. Skat., piem., 5.zīm.

1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
1	1	1	1	1

5.zīm.

6.4. Turnīrā kopā izspēlē 45 partijas un izcīna 45 punktus (katrā partijā vienu).
Ja lielmeistaru būtu ne mazāk par 7, tad viņu kopējais punktu skaits būtu vismaz $7 \cdot 7 = 49$ - pretruna.
Ja lielmeistaru būtu 6, tad viņiem kopā jāizcīna vismaz $6 \cdot 7 = 42$ punkti; bet atlikušie 4 dalībnieki jau savā starpā vien izcīna 6 punktus. Tātad kopā būtu vismaz 48 punkti; tā ir pretruna.
Tātad lielmeistaru skaits nevar būt vairāk par 5. Pieci lielmeistari var būt – piemēram, ja katrs no viņiem uzvar visus citus dalībniekus, bet savā starpā lielmeistari spēlē neizšķirti; tad katrs iegūst 7 punktus.

6.5. Ar 4 stundām nepietiek. Pirmajā stundā vismaz viens rūķītis nerunā; tāpēc viņa jaunumu pēc pirmās stundas zina tikai viens rūķītis – viņš pats. Pēc otrās stundas to zina augstākais 2, pēc trešās – augstākais četri, pēc ceturtās – augstākais astoņi rūķīši.

Ar 5 stundām pietiek:

1.stundā runā H un I;

2. – 4.stundā A, B, C, D, E, F, G, H uzzina visu kā 5.5. uzdevuma risinājumā;

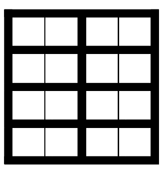
5.stundā atkal runā H un I.

7.1. **a)** ar katru gājienu skaitļu skaits samazinās par 1. Tā kā tas dilst no 2009 līdz 1, tad pavisam izdarīs $2009 - 1 = 2008$ gājienus.
b) uzrakstīto skaitļu summa paliek nemainīga. Tāpēc pēdējais palikušais skaitlis būs 2009.

7.2. No pirmās vienādības seko $x^{12} = y^{16}$. Dalot to ar otro vienādību, iegūst $x = y$. Ievietojot pirmajā, seko $y = 1$ un pēc tam $x = 1$.

7.3. Ievērojam, ka $343 = 7 \cdot 7 \cdot 7$. Vismaz vienam no reizinātājiem $x+1$; $x+2$; $x+3$ jādalās ar 7. Tā kā skaitļi, kas dalās ar 7, atšķiras viens no otra vismaz par 7, tad tieši viena iekava dalās ar 343. Šī iekava ir viens no skaitļiem $343 \cdot 1$; $343 \cdot 2$; $343 \cdot 3$; $343 \cdot 4$; $343 \cdot 5$, jo jau $343 \cdot 6 > 2010$. Tāpēc meklējamo skaitļu ir $5 \cdot 3 = 15$.

7.4. **Atbilde:** 32.
Kā redzam 6.zīm., 32 nogriežņus var nokrāsot. Katrai no 7.zīm. atzīmētajām rūtiņām var nokrāsot ne vairāk kā 3 malas; pieskaitot vēl 8 atlikušos nogriežņus uz kvadrāta kontūra, iegūstam, ka $8 \cdot 3 + 8 = 32$ tiešām ir maksimums.



6.zīm.

x		x	
	x		x
x		x	
	x		x

7.zīm.

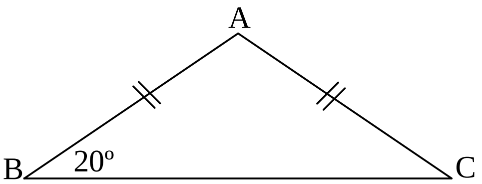
7.5. Ar 2 stundām nepietiek (skat. 5.5. risinājumu). Ar 3 stundām mērķi var sasniegt, piemēram, šādi (rūķīšus apzīmējam ar burtiem):

1.stunda: AD, BE, CF;
2.stunda: AE, BF, CD;
3.stunda: AF, BD, CE.

8.1. Pārveidojot otro skaitli, lietojot kvadrātu starpības formulu, iegūstam reizinājumu $101 \cdot 103 \cdot 102 \cdot 104 \cdot ... \cdot 198 \cdot 200$. Redzam, ka otrajā skaitlī ir **viens** papildus pirmskaitlis 101. Skaitlis 200, kas rodas labajā galā, jaunus pirmskaitļus nedod.

8.2. Šķirojam 3 gadījumus.

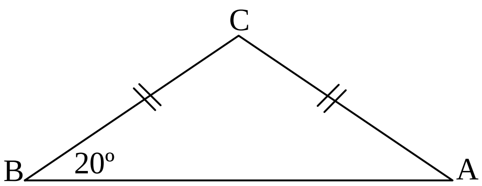
I



8.zīm.

$3 \cdot AC = 3 \cdot AB > AB$.

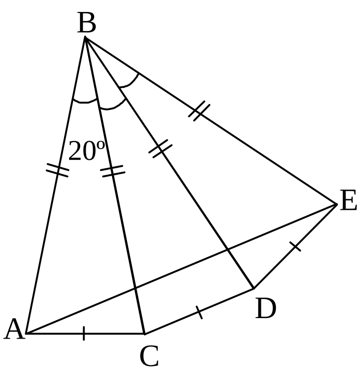
II



9.zīm.

$3 \cdot AC > 2 \cdot AC = AC + CB > AB$.

III



10.zīm.

Tā kā $\angle ABE = 60°$ un $BA = BE$, tad ΔABE ir vienādmalu. Tāpēc $3AC = AC + CD + DE > AE = AB$.

8.3. Uzrakstām $\overline{abcd} = (999a + 99b + 9c) + (a + b + c + d)$. Atņemot saskaitāmie $(a + b + c + d)$ saīsinās.

8.4. Nē. Ja kaut viens no skaitļiem a_1, b_1, a_2, b_2 nav 0, tad x un y var izvēlēties tā, lai attiecīgā iekava, tātad arī visa labā puse, būtu 0; bet kreisā puse vienmēr ir pozitīva. Pretējā gadījumā labā puse ir konstante, bet kreisā – nav.

8.5. Ņemam vienu lampu A; no tās iziet 5 vītnes. Vismaz trīs no tām ir vienā krāsā; varam pieņemt, ka AB, AC, AD ir baltas. Ja kaut viena no vītnēm BC, BD, CD arī ir balta, mums ir balts trijstūris; pretējā gadījumā BCD ir sarkans trijstūris.

Īsi norādījumi vērtēšanai.

5.1. Par nepareizu piemēru – ne vairāk kā 3 punkti.

5.2. Par katru pareizu piemēru 1 punkts; pārējie 5 punkti „par spriedumiem”.

5.3. Par piemēru bez pamatojuma, ka tas ir minimālais – 5 punkti.

5.5. Par katru daļu 5 punkti.

6.1. Par katru daļu 5 punkti.

6.2. Par katru daļu 5 punkti.

6.3. Par nepareizu piemēru ne vairāk par 3 punktiem.

6.4. Par katru daļu 5 punkti.

6.5. Par katru daļu 5 punkti.

7.1. Par katru daļu 5 piemēri.

7.2. Par uzminētu atbildi – 2 punkti.

7.3. Ja nav pamatojuma, kāpēc visi septītnieki ir vienas iekavas dalītāji, jānoņem 4 punkti.

7.4. Par katru daļu 5 punkti.

7.5. Par katru daļu 5 punkti.

8.2. Par 1 resp. 2 gadījumu apskatīšanu – līdz 3 resp. 6 punktiem.

8.4. Par konkrētu piemēru apskatīšanu – līdz 2 punktiem.

8.5. Par konkrētu piemēru apskatīšanu – līdz 2 punktiem.

Vispārēji ieteikumi olimpiāžu darbu vērtēšanai, ja nav doti citi norādījumi

– (svītriņa) – uzdevums nav risināts; tīrrakstā nav minēts pat uzdevuma numurs.
0 punkti – tīrrakstā minēts uzdevuma numurs, bet risinājumā nav nevienas vērtīgas idejas, kas varētu vest pie pareiza atrisinājuma.
1-2 punkti – dažas derīgas idejas, bet bez tālākas izmantošanas vai pamatojuma.
3-4 punkti – veiksmīgi iesākts risinājums, bet nav saskatīts virziens, kā turpināt iesākto un novest līdz galam.
5 punkti – puse risinājuma.
6 punkti – pareizi iesākts un turpināts risinājums, kas tomēr nav paspēts vai prasts novest līdz pašam galam.
7 punkti – principā pareizs risinājums, bet ir kāda lielāka iebilde, nepilnība, trūkums.
8-9 punkti – uzdevums atrisināts, bet risinājumam nelieli defekti – trūkst kāda paskaidrojuma, izlaistas mazāk būtiskas, bet tomēr nepieciešamas detaļas utml.
10 punkti – absolūti pareizs un skaidri saprotami pierakstīts risinājums bez iebildēm, piebildēm un citiem trūkumiem.

Labu veiksmi Jums un Jūsu skolēniem!

A.Liepas NMS