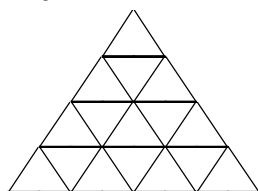


LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skola
Latvijas 60. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

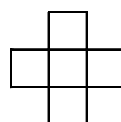
5. klase

Katra uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

1. Vai var pa apli izrakstīt naturālos skaitļus no 1 līdz 12 katru tieši vienu reizi tā, lai katru divu blakus uzrakstītu skaitļu starpība būtu vai nu 1, vai 2?
2. Andris pieraksta datumu kā naturālu skaitli, bez atstarpes rakstot vienu aiz otra dienas numuru mēnesī un mēneša numuru gadā. Piemēram, 2.jūliju viņš pieraksta kā 27, bet 18.septembri – kā 189.
Cik ir tādu naturālu skaitļu, kas ir vairāk nekā viena datuma pieraksti Andra sistēmā?
3. Kādu lielāko daudzumu trijstūrīšu var iekrāsot 1.zīm. redzamajā figūrā, lai nekādiem diviem iekrāsotiem trijstūrīšiem nebūtu ne kopīga mala, ne kopīgs stūris?



1.zīm.



2.zīm

4. Kvadrāts sastāv no 5×5 rūtiņām. Vai to var sagriezt 5 gabalos, lai viens būtu tāds, kāds redzams 2.zīm, bet pārējie četri būtu savā starpā vienādi?
5. Astoņi rūķīši katrs uzzinājuši vienu jaunu ziņu (katrs citu). Katram mājās ir telefons, un viena saruna ilgst vienu stundu. Tās laikā abi runātāji pagūst viens otram izstāstīt visus jaunumus.
Kāds ir mazākais stundu skaits, kuru laikā visi rūķīši var uzzināt visus jaunumus?

LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skola
Latvijas 60. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

6. klase

Katra uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

1. Pieci rūķīši sanesa savā namiņā kastes ar dārgakmeņiem. Katru kasti nesa tieši divi rūķīši. Vai var gadīties, ka katrs rūķītis piedalījās tieši triju kastu nešanā? Vai tas varētu notikt, ja kastu nešanā piedalītos tieši četri rūķīši?

2. Vai var atrast tādus veselus skaitļus a un b , ka

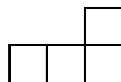
1) $a \cdot 17 - b \cdot 13 = 1$,

2) $a \cdot 39 - b \cdot 91 = 2$?

3. Tabula sastāv no 5×5 kvadrātiskām rūtiņām. Vai var katrā rūtiņā ierakstīt pa naturālam skaitlim tā, lai vienlaicīgi

1) visu ierakstīto skaitļu summa būtu nepāra skaitlis,

2) katrā tādā figūrā, kāda attēlota 3.zīm. (tā var būt novietota arī citādi), ierakstīto skaitļu summa arī būtu nepāra skaitlis?



3.zīm.

4. Klases šaha turnīrā piedalās 10 dalībnieki; katrs spēlē ar katru vienu reizi. Par uzvaru piešķir 1 punktu, par neizšķirtu $\frac{1}{2}$ punkta, par zaudējumu 0 punktus. Nolemts, ka klases lielmeistara nosaukumu piešķirs tiem, kas izcīnīs vismaz 7 punktus. Kāds lielākais skolēnu skaits šajā turnīrā var iegūt lielmeistara nosaukumu?

5. Deviņi rūķīši katrs uzzinājuši vienu jaunu ziņu (katrs citu). Katram mājās ir telefons, un viena saruna ilgst vienu stundu. Tās laikā abi runātāji pagūst viens otram izstāstīt visus jaunumus.

Kāds ir mazākais stundu skaits, kuru laikā visi rūķīši var uzzināt visus jaunumus?

LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skola

Latvijas 60. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

7. klase

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

1. Rindā no sākuma bija uzrakstīti 2009 vieninieki. Ar vienu gājienu nodzēš divus pirmos rindā esošos skaitļus un tās otrā galā pieraksta abu nodzēsto skaitļu summu. Šādus gājienu atkārto, līdz rindā paliek tikai viens skaitlis.
 - a) cik gājienu tiks izdarīti?
 - b) atrast vienīgo palikušo skaitli.
2. Dots, ka $x^3 = y^4$ un $x^{11} = y^{15}$. Atrast x un y , ja tie ir pozitīvi skaitļi.
3. Cik ir tādu naturālu skaitļu x robežās no 1 līdz 2010 ieskaitot, ka $(x+1)(x+2)(x+3)$ dalās ar 343?
4. Kvadrātisks režģis sastāv no 4×4 vienādām kvadrātiskām rūtiņām. Kādu lielāko daudzumu nogriežņu, kas kalpo par rūtiņu malām, var nokrāsot tā, lai nevienai no 16 rūtiņām nebūtu nokrāsotas visas malas?
5. Seši rūķīši katrs uzzinājuši vienu jaunu ziņu (katrs citu). Katram mājās ir telefons, un viena saruna ilgst vienu stundu. Tās laikā abi runātāji pagūst viens otram izstāstīt visus jaunumus.
Kāds ir mazākais stundu skaits, kuru laikā visi rūķīši var uzzināt visus jaunumus?

LU A.Liepas Neklātienes matemātikas skola
Latvijas 60. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

8. klase

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

1. Kuru no skaitļiem $102^2 \cdot 103^2 \cdot \dots \cdot 199^2$ un $(102^2 - 1)(103^2 - 1) \dots (199^2 - 1)$ sadalot pirmskaitļu reizinājumā, iegūst vairāk **dažādu** pirmskaitļu? Par cik vairāk?
(**Paskaidrojums:** $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ satur divus dažādus pirmskaitļus – 2 un 3.)

2. Trijstūrī ABC divas malas ir vienādas savā starpā, un $\angle ABC = 20^\circ$. Pierādiet, ka $3 \cdot AC > AB$.

3. Četrциparu skaitlim pārlīka ciparus citā kārtībā. Pierādīt: sākotnējā un iegūtā skaitļa starpība dalās ar 9.

4. Vai eksistē tādi skaitļi $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$, ka vienādība $(x^2 + y^2 + 1) = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$ ir identitāte?

5. Katras divas no 6 lampām savienotas ar baltu vai sarkanu vītņi. Pierādīt: var atrast tādas 3 lampas, kuras visas savā starpā savienotas ar vienas krāsas vītņēm.