9.1. Viens no skaitļiem x un y ir pāra, otrs – nepāra. Skaitļa 640000 nepāra dalītāji ir 1; 5; 25; 125; 625. Ievērojam, ka $640000 = 5^4 \cdot 2^{10}$. Tāpēc $1025 - 1 = 1024 = 2^{10}$, 1025 – 25 = 1000 un $1025 - 625 = 400$ ir skaitļa 640000 dalītāji, bet $1025 - 5 = 520 = 13 \cdot 5 \cdot 8$ un $1025 - 125 = 900$ - nav.

Atbilde. (1; 1024), (25; 1000), (400; 625), (625; 400), (1000; 25), (1024; 1).

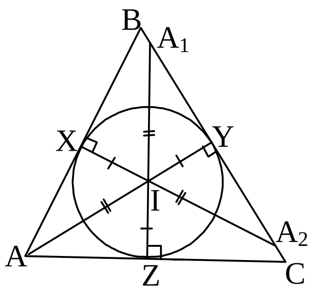
9.2. Pirmais atrisinājums. Tā kā intervālā (0; 1) atrodas tikai viena no kvadrātvienādojuma $f(x) = 0$ saknēm, tad abas vērtības $f(0)$ un $f(1)$ reizē nevar būt pozitīvas. Tāpēc $f(0) \cdot f(1) \leq 0$. Iegūstam $q(p + q + 1) \leq 0$ jeb $q^2 + pq + q \leq 0$, jeb $f(q) \leq 0$.

Otrais atrisinājums. Pieņemsim, ka vienādojuma $f(x) = 0$ saknes ir x_1 un x_2. Saskaņā ar Vjeta teorēmu

$$f(q) = q^2 + pq + q = x_1^2 x_2^2 - x_1 x_2 (x_1 + x_2) + x_1 x_2 = x_1 x_2 (x_1 x_2 - x_1 - x_2 + 1) =$$
$$= [x_1(1 - x_1)] \cdot [x_2(1 - x_2)].$$

Saskaņā ar uzdevumā doto tieši viena no kvadrātiekavām ir negatīva, tāpēc to reizinājums ir ≤ 0.

9.3. Apzīmējam ievilktās riņķa līnijas pieskaršanās punktus ΔABC malām ar X; Y; Z (skat. 1. zīm.) Taisnleņķa trijstūri AXI, AZI, A_1YI un A_2YI ir vienādi savā starpā (hk), tāpēc $A_1A_2 = AX + AZ$. Līdzīgi $B_1B_2 = BX + BY$ un $C_1C_2 = CY + CZ$. Saskaitot šīs vienādības, iegūstam vajadzīgo.



1. zīm.

9.4. Ja uzdevumus apzīmējam ar A; B; C; D; E; F; G; H, tad 8 skolēniem var iedot komplektus ABC; ADE; AFG; BDG; BFH, CDH, CEF, EGH. Tātad var būt 8 skolēni.

Ja kādu uzdevumu iedalītu ≥ 4 skolēniem, tad katram no tiem jāsaņem vēl 2 citi uzdevumi, un pavisam būtu vismaz $1 + 4 \cdot 2 = 9$ uzdevumi – pretruna. Tātad katru uzdevumu iedeva augstākais 3 skolēniem, un pavisam tika iedoti augstākais $8 \cdot 3 = 24$ uzdevumu teksti. Tā kā katrs skolēns saņēma trīs tekstus, tad skolēnu nav vairāk par 24 : 3 = 8.

9.5. Atbilde: 8*l*; 7*l*; 6*l*; 5*l*; 4*l*; 3*l*; 2*l*; 1*l*; 0*l*.

Risinājums. To, ka minētā atbilde apmierina uzdevuma nosacījumus, pārbauda tieši. Pierādīsim, ka tā ir vienīgā. Tā kā pēc viena „cikla” ūdens sadalījums ir sākotnējais, mēs varam iztēloties, ka process notiek bezgalīgi un ir periodisks. Apskatīsim šajā bezgalīgajā periodiskajā procesā deviņu vienu otrai sekojošu pārliešanu virkni, kas sākas ar ūdens izliešanu no tā trauka T, kurā ir **vismazākais** procesa gaitā no trauka izlejamais ūdens daudzums; apzīmēsim šo daudzumu ar 8x. Saskaņā ar šo izvēli traukā T astoņās nākošajās liešanās tiks ieliets vismaz ūdens daudzums x katrā reizē.

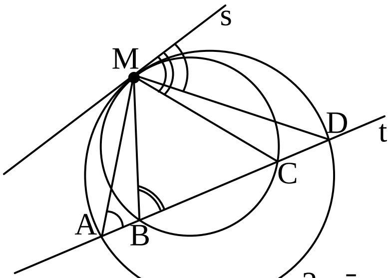
Tā kā traukā T astoņās nākošajās liešanās kopā ielies ūdens daudzumu 8x, tad **katrā** no šīm 8 liešanām traukā T ielies ūdens daudzumu x. Tātad **katrā** traukā tai brīdī, kad no tā izlej ūdeni, ir ūdens daudzums 8x. No tā iegūstam, ka ūdens daudzums sākotnēji ir 8x; 7x; 6x; 5x; 4x; 3x; 2x; x; 0. Tā kā $8x + 7x + \ldots + x + 0 = 36$, iegūstam x = 1, no kā seko uzdevuma atbilde.

10.1. Ja kādai kompānijai būtu mazāk par 9 birojiem, tad tā nevarētu noorganizēt vairāk par 28 reisiem, jo no 8 elementiem var izveidot ne vairāk kā 28 pārus. Tātad katrai kompānijai ir vismaz 9 biroji, un biroju kopskaits ir vismaz $9 \cdot 90 = 810$. Tā kā $810 > 8 \cdot 100$, tad starp 100 pilsētām ir jābūt tādai, kurā ir vairāk nekā 8, tātad vismaz 9 biroji.

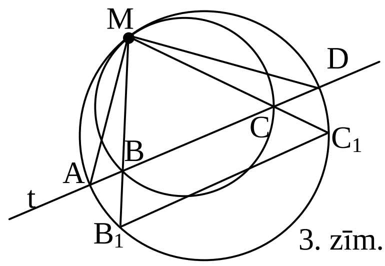
10.2. Skaidrs, ka $p \neq 2$, $q \neq 2$, $p \neq 3$. Ja p = 3k + 2, $k \in N$, tad p + 10 nav pirmskaitlis. Tāpēc p = 3k + 1, $k \in N$. Ja q = 3m + 1, $m \in N$, tad p + q + 1=3(k + m + 1) nav pirmskaitlis. Ja q = 3m + 2, $m \in N$, tad q + 10 nav pirmskaitlis. Tāpēc **q = 3.** Tad q + 4 un q + 10 tiešām ir pirmskaitļi, un jāmeklē tādi pirmskaitļi p formā $p = 3k + 1,\ k \in N$, ka $p + 4$, $p + 6$, $p + 10$ arī ir pirmskaitļi. Tieša pārbaude parāda, ka der tikai $p = 7$, $p = 13$, $p = 37$, $p = 97$.

10.3. 1. risinājums. Ja M ir loka AMD viduspunkts, apskatām taisni l, kas iet caur M un abu riņķu centriem. Tā ir perpendikulāra taisnei t, tātad krusto gan nogriezni AD, gan nogriezni BC to viduspunktos. Tādā gadījumā $\angle AMB = \angle DMC$, jo šie leņķi ir viens otram simetriski attiecībā pret l.

Ja M nav loka AMD viduspunkts, novelkam punktā M abu riņķa līniju kopējo pieskari s (skat. 2. zīm.) No ievilktu leņķu un hordas – pieskares leņķu īpašībām seko 2. zīm. atzīmētās leņķu vienādības. Redzams, ka $\angle CMD = \measuredangle\!\!\!\!\!\parallel - \measuredangle\!\!\!\!\!|$ un $\angle AMB = \angle MBC - \angle MAB$ (ārējā leņķa īpašība) = $\measuredangle\!\!\!\!\!\parallel - \measuredangle\!\!\!\!\!|$, tātad $\angle CMD = \angle AMB$.



2. zīm.



3. zīm.

2. risinājums. Pagarinām MB un MC līdz krustpunktiem B_1 un C_1 ar ārējo riņķa līniju (skat. 3. zīm.) Tā kā abas riņķa līnijas ir homotētiskas ar centru M, tad B_1 un C_1 ir atbilstoši punktu B un C attēli šajā homotētijā; tātad taisne B_1C_1 ir taisnes BC attēls, tāpēc $B_1C_1 \parallel BC$. Tāpēc loki AB_1 un C_1D ir vienādi, no kā seko uz tiem balstošos ievilkto leņķu vienādība.

10.4. Ievērojam, ka

$$S = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{2004}+\sqrt{2005}} + \frac{1}{\sqrt{2005}+\sqrt{2006}} =$$
$$= \left(\sqrt{2}-\sqrt{1}\right) + \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) + \left(\sqrt{4}-\sqrt{3}\right) + \ldots + \left(\sqrt{2005}-\sqrt{2004}\right) + \left(\sqrt{2006}-\sqrt{2005}\right) =$$

$= \sqrt{2006} - 1 \geq 43{,}7$. Tā kā **šajā** summā katrs nākošais saskaitāmais mazāks par iepriekšējo, tad uzdevuma formulējumā minēto saskaitāmo summa ir lielāka par $\frac{1}{2}S$, tātad lielāka par 21,85.

10.5. Atbilde: $n = 11$.

Vispirms parādīsim, ka pie $n = 10$ skaitļus var nokrāsot tā, lai minētā tipa atrisinājums neeksistētu. Piemēram, nokrāsojam 1; 2; 9; 10 baltus, bet 3; 4; 5; 6; 7; 8 – sarkanus. Katru trīs sarkano saskaitāmo summa ir vismaz $3 \cdot 3 = 9$, tātad nav sarkana. Savukārt katru trīs baltu saskaitāmo summa ir vismaz 11 (ja kāds no tiem ir 9 vai 10), vai no 3 līdz 6 (ja neviens no tiem nav ne 9, ne 10), tātad nav balta.

Tagad parādīsim, ka pie $n = 11$ minētā tipa atrisinājums noteikti eksistē. To, ka skaitlis x ir balts resp. sarkans, pierakstīsim kā $x \sim b$ resp. $x \sim s$. Pieņemsim pretējo tam, kas jāpierāda. Šķirojam divus gadījumus.

- Skaitļi 1 un 2 ir vienā un tai pašā krāsā; varam pieņemt, ka $1 \sim s$ un $2 \sim s$. Tā kā $1 + 1 + 1 = 3$ un $1 + 1 + 2 = 4$, tad $3 \sim b$ un $4 \sim b$.
  Tad $3 + 3 + 3 = 9$, tāpēc $9 \sim s$; tā kā $3 + 4 + 4 = 11$, tad $11 \sim s$. Bet $1 + 1 + 9 = 11$ pretruna.
- Skaitļi 1 un 2 ir dažādās krāsās; varam pieņemt, ka $1 \sim s$ un $2 \sim b$. Tā kā $1 + 1 + 1 = 3$, tad $3 \sim b$. Tā kā $2 + 2 + 2 = 6$, tad $6 \sim s$; tā kā $2 + 3 + 3 = 8$, tad $8 \sim s$. Bet $1 + 1 + 6 = 8$ – pretruna.

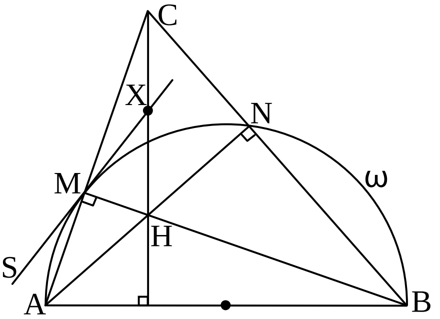
11.1. Attēlosim skolotājus ar m sarkaniem punktiem, bet skolnieku pārus – ar $\frac{n(n-1)}{2}$ zaļiem punktiem. Ja kāds skolotājs māca abus kādā pārī ietilpstošos skolniekus, novilksim starp atbilstošajiem punktiem līniju. No katra sarkanā punkta iziet tieši $\frac{a(a-1)}{2}$ līnijas, tāpēc līniju kopskaits ir $\frac{1}{2}\cdot m\cdot a\cdot(a-1)$. No katra zaļā punkta iziet tieši b līnijas, tāpēc līniju kopskaits ir $\frac{1}{2}\cdot b\cdot n\cdot(n-1)$. No vienādības $\frac{1}{2}\cdot m\cdot a\cdot(a-1)=\frac{1}{2}\cdot b\cdot n\cdot(n-1)$ seko vajadzīgais.

11.2. Pieskaitot abām dotās vienādības pusēm 1, iegūstam $a_{n+1}+1=(a_n+1)^2$. Tāpēc $a_{2006}+1=(a_1+1)^{2^{2005}}$. Tāpēc $a_{2006}+1\geq 0$ un $a_{2006}\geq -1$. No otras puses, ja $\alpha\geq -1$, tad, izvēloties $a_1=\sqrt[2^{2005}]{\alpha+1}-1$, iegūsim $a_{2006}=\alpha$. Tāpēc a_{2006} iespējamo vērtību kopa ir $[-1;\infty)$.

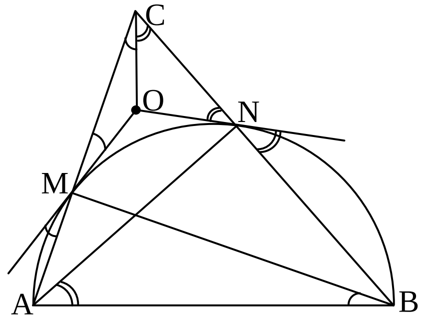
11.3. Vispirms atzīmēsim, ka naturāliem x un y pastāv nevienādība $xy+1\geq x+y$; tiešām, tā ir ekvivalenta ar $(x-1)(y-1)\geq 0$, kas ir patiesība. Lai izpildītos $(x+y)(xy+1)=2^z$, jābūt $x+y=2^a$, $xy+1=2^b$, kur a un b – naturāli skaitļi; saskaņā ar iepriekšējo $b\geq a$. No tā, ka xy + 1 dalās ar 2^a un x + y dalās ar 2^a, seko, ka arī $x(x+y)$ dalās ar 2^a; $(x^2+xy)-(xy+1)$ dalās ar 2^a; x^2-1 dalās ar 2^a; $(x+1)(x-1)$ dalās ar 2^a

Ievērosim, ka LKD(x + 1; x - 1) ir vai nu 1, vai 2. Tāpēc vai nu viens no skaitļiem x + 1 un x – 1 dalās ar 2^a, vai arī viens no tiem dalās ar 2^{a-1}, bet otrs ar 2. Jebkurā gadījumā viens no skaitļiem x + 1 un x – 1 dalās ar 2^{a-1}. Tā kā no nosacījuma $x+y=2^a$ seko, ka $1\leq x\leq 2^a-1$, tad x **var būt** tikai šādas vērtības: $x_1=1$; $x_2=2^{a-1}-1$; $x_3=2^{a-1}+1$; $x_4=2^a-1$, kur a – naturāls skaitlis ($x=2^{a-1}-1$ der tikai pie $a\geq 2$). Atbilstošās y vērtības iegūst kā $y=2^a-x$, un $y_1=2^a-1$; $y_2=2^{a-1}+1$; $y_3=2^{a-1}-1$; $y_4=1$ (vērtība y_3 un tātad arī x_3 der tikai pie $a\geq 2$). Apkopojot redzam, ka **varbūt** der $(x;y)=(1;2^a-1)$; $(x;y)=(2^a-1;2^a+1)$; $(x;y)=(2^a+1;2^a-1)$; $(x;y)=(2^a-1;1)$, a – naturāls. Pārbaude parāda, ka šīs vērtības tiešām der; z = 2a vai z = 3a + 1.

11.4. A. Pieņemsim, ka AB ir ω diametrs. Tad AN un BM ir ΔABC augstumi; apzīmēsim ΔABC augstumu krustpunktu ar H. Pieņemsim, ka pieskare, kas ω novilkta punktā M, krusto augstumu CH punktā X. Tad $\angle MCX=90^\circ-\angle A=\angle ABM=\angle SMA$ (ievilkts un hordas – pieskares leņķis) $=\angle CMX$, tātad ΔMXC ir vienādsānu. Tātad X atrodas uz MC vidusperpendikula, tātad (pēc Talesa teorēmas) CH viduspunktā. Līdzīgi arī ω pieskare, kas novilkta punktā N, krusto CH tā viduspunktā, tātad punktā X, un CX = NX. No MX = CX = NX seko, ka X ir ΔCMN apvilktās riņķa līnijas centrs.



4. zīm.



5. zīm.

B. Pieņemsim, ka O ir ΔCMN apvilktās riņķa līnijas centrs. Tad (skat. 5. zīm.) OC = OM = ON, tāpēc $\angle CMO = \angle MCO = \angle ABM$ un $\angle CNO = \angle NCO = \angle NAB$. Tāpēc $\angle ACB = \angle ABM + \angle BAN$ un $2\angle ANB = \angle ANB + \angle AMB = 180^\circ - \angle B - \measuredangle + 180^\circ - \angle A -$ $- \measuredangle = 360^\circ - (\angle A + \angle B + \angle C) = 180^\circ$, tāpēc $\angle ANB = 90^\circ$ un AB ir ω diametrs.

11.5. To nevar panākt nevienam n. Apzīmēsim n-stūra A virsotnes ar A_1, A_2, ... , A_n, bet centru – ar O. Apskatīsim lielumu $\vec{S} = a_1 \cdot \overrightarrow{OA_1} + a_2 \cdot \overrightarrow{OA_2} + \ldots + a_n \cdot \overrightarrow{OA_n}$, kur a_i ir virsotnē A_i ierakstītais skaitlis (i = 1; 2; ... ; n). Sākotnēji $\vec{S}$ nav nulles vektors. Izdarot pieļauto gājienu, $\vec{S}$ „izmainās" par $\vec{0}$ (jo to vektoru summa, kas savieno O ar regulārā k-stūra virsotnēm, noteikti ir $\vec{0}$), tāpēc $\vec{S}$ **nekad** nav $\vec{0}$. Bet, ja visās n-stūra A virsotnēs atrastos vienādi skaitļi, tad būtu $\vec{S} = \vec{0}$.

12.1. Ievērosim, ka $(1+\mathrm{tg}x)(1+\mathrm{tg}(45^\circ - x)) = (1+\mathrm{tg}x)\left(1+\frac{1-\mathrm{tg}x}{1+\mathrm{tg}x}\right) = (1+\mathrm{tg}x)\cdot\frac{2}{1+\mathrm{tg}x} = 2$ visām pieļaujamām x vērtībām. Grupējot reizinātājus $(1+\mathrm{tg}1^\circ)$ un $(1+\mathrm{tg}44^\circ)$, $(1+\mathrm{tg}2^\circ)$ un $(1+\mathrm{tg}43^\circ)$ utt., iegūstam vajadzīgo.

12.2. a) Ievietojot x = y = a, iegūstam $f(a) \le 2f(a)$, tāpēc $f(a) \ge 0$. Ņemot x = 0; y = 1, iegūstam

$$0 \le f\left(\frac{1}{2}\right) \le f(0) + f(1) = 0\text{, tāpēc } f\left(\frac{1}{2}\right) = 0.$$

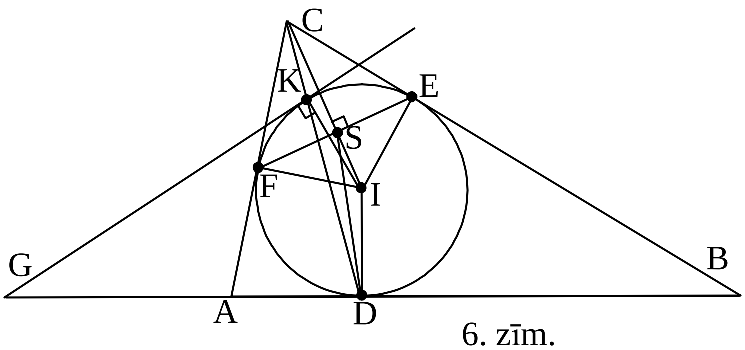
Pieņemsim, ka ir jau pierādīts, ka kādam naturālam k pastāv vienādība $f\left(\frac{1}{2^k}\right) = 0$. Tad, ņemot x = 0 un $y = \frac{1}{2^k}$, iegūstam $0 \le f\left(\frac{1}{2^{k+1}}\right) \le f(0) + f\left(\frac{1}{2^k}\right) = 0$, tāpēc $f\left(\frac{1}{2^{k+1}}\right) = 0$. Tātad katram naturālam n pastāv vienādība $f\left(\frac{1}{2^n}\right) = 0$.

b) funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ ja x – racionāls skaitlis} \\ 1, \text{ ja x – iracionāls skaitlis} \end{cases}$$

apmierina visas uzdevuma prasības.

12.3. a) Tā kā CF = CE, tad ΔECF ir vienādsānu un tā bisektrise CS ir arī augstums. Tāpēc ES ir augstums pret hipotenūzu taisnleņķa trijstūrī CEI. Tāpēc $EI^2 = IS \cdot IC$. Tā kā EI = DI, tad $DI^2 = IS \cdot IC$, no kurienes DI : IC = IS : ID. Tāpēc $\Delta SID \sim \Delta DIC$ (kopējs leņķis I un proporcionālas to ietverošās malas).



6. zīm.

b) Tā kā $\angle GKI = \angle GDI = 90^\circ$, tad ap četrstūri GKID var apvilkt riņķa līniju ω. No a) punkta seko, ka $\angle ISD = \angle IDC = \angle IDK = \angle IKD$. Tāpēc S arī atrodas uz ω. Tāpēc $\angle GSI = \angle GKI = 90^\circ$.

12.4. Vispirms pierādīsim, ka n + 1; n + 2; n + 3 ir kaut kādu pirmskaitļu pakāpes ar naturāliem kāpinātājiem. Pretējā gadījumā kāds no šiem skaitļiem būtu izsakāms kā reizinājums $a \cdot b$, kur $a \geq 2$, $b \geq 2$, LKD(a, b) = 1. Tā kā m nedalās ar $a \cdot b$, tad vai nu m nedalās ar a, vai arī m nedalās ar b; pieņemsim, ka m nedalās ar a. Tad $a \geq n+1$. Tā kā $a \cdot b \leq n+3$, tad $a \cdot b - a \leq 2$ jeb $a(b-1) \leq 2$. Tas iespējams tikai, ja a = 2 un b = 2; tad $a \cdot b = 4$. Ja n + 1 = 4, tad n = 3; ja n + 2 = 4, tad n = 2; ja n + 3 = 4, tad n = 1. Vērtība n = 3 neapmierina uzdevuma nosacījumus (ja m dalās ar 2 un ar 3, tad m dalās arī ar 6); pie n = 1 un n = 2 visi skaitļi n + 1; n + 2; n + 3 ir pirmskaitļu pakāpes.

Tātad n + 1; n + 2; n + 3 ir pirmskaitļu pakāpes.

Vismaz viens no šiem skaitļiem ir pāra skaitlis, tātad ir 2^x; tieši viens dalās ar 3, tātad ir 3^y. Tāpēc $2^x = 3^y \pm 1$. Šķirojam abus gadījumus:

a) $2^x = 3^y + 1$. Tā kā $2^{2t+1} = 2 \cdot 4^t = 2 \cdot (3+1)^t$, tad pie nepāra x pakāpe 2^x dod atlikumu 2, dalot ar 3; tāpēc x ir pāra skaitlis, x = 2z. Iegūstam $2^{2z} - 1 = 3^y$ un $(2^z - 1)(2^z + 1) = 3^y$. Tātad $2^z - 1$ un $2^z + 1$ ir trijnieka pakāpes vai 1; tās savā starpā atšķiras par 2, tāpēc ir 1 un 3. Tāpēc z = 1, x = 2 un mūsu apskatāmā divnieka pakāpe ir 4.

Ja n + 1 = 4, tad n = 3; jau iepriekš redzējām, ka tas neder. Ja n + 2 = 4, tad **n = 2**; varam ņemt m = 2. Ja n + 3 = 4, tad **n = 1**; varam ņemt m = 1.

b) $2^x = 3^y - 1$. Pie $x = 1$ nonākam pie $n = 1$; pieņemam, ka $x \geq 2$. Ja y – nepāra skaitlis, tad y = 2t + 1 un $3^y - 1 = 3^{2t+1} - 1 = 3 \cdot 9^t - 1 = 3 \cdot (8+1)^t - 1$ dalās ar 2, bet nedalās ar 4; tā nevar būt. Tāpēc y = 2z un $2^x = (3^z - 1)(3^z + 1)$. Tāpēc skaitļi $3^z - 1$ un $3^z + 1$ ir divnieka pakāpes vai 1, kas savā starpā atšķiras par 2; tie var būt tikai 2 un 4. Tad $2^x = 8$. Ja n + 1 = 8, tad n = 7; tā kā n + 3 = 10 nav pirmskaitļa pakāpe, šī atbilde neder. Ja n + 2 = 8, tad **n = 6**; var ņemt m = 60. Ja n + 3 = 8, tad n = 5; tā kā n + 1 = 6 nav pirmskaitļa pakāpe, šī atbilde neder.

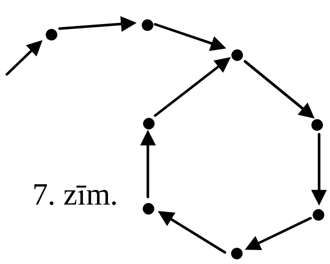
Atbilde: n = 1; n = 2; n = 6.

12.5. Apskatīsim vispirms izliekta daudzskaldņa gadījumu.

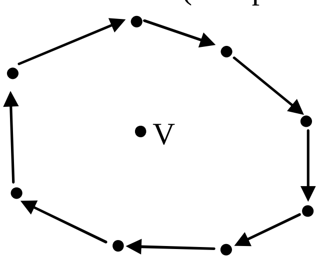
Sākam iet no patvaļīgas virsotnes bultiņu virzienos pa šķautnēm. Tas ir iespējams, jo no katras virsotnes iziet kāda šķautne. Tā kā virsotņu ir galīgs skaits, tad kādreiz mēs atgriezīsimies virsotnē, kurā jau esam bijuši. Šai brīdī būs izveidojies cikls, kas apejams bultiņu virzienos (skat. 7. zīm.) Šis cikls sadala daudzskaldņa virsmu divās daļās. Apskatām D – vienu no tām. Ja tajā iekšpusē nav citu virsotņu, tad tā ir skaldne, kāda mums nepieciešama. Pieņemsim, ka šīs daļas D iekšpusē atrodas virsotne V (skat. 8. zīm.)

Sākam iet no virsotnes V pa šķautnēm bultiņu virzienos, kamēr

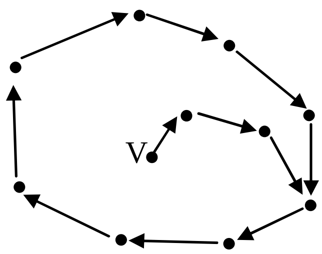
a) vai nu nonākam uz jau esošā kontūra,
b) vai arī mūsu jaunveidojamais ceļš izveido ciklu (kā iepriekš).



7. zīm.



8. zīm.

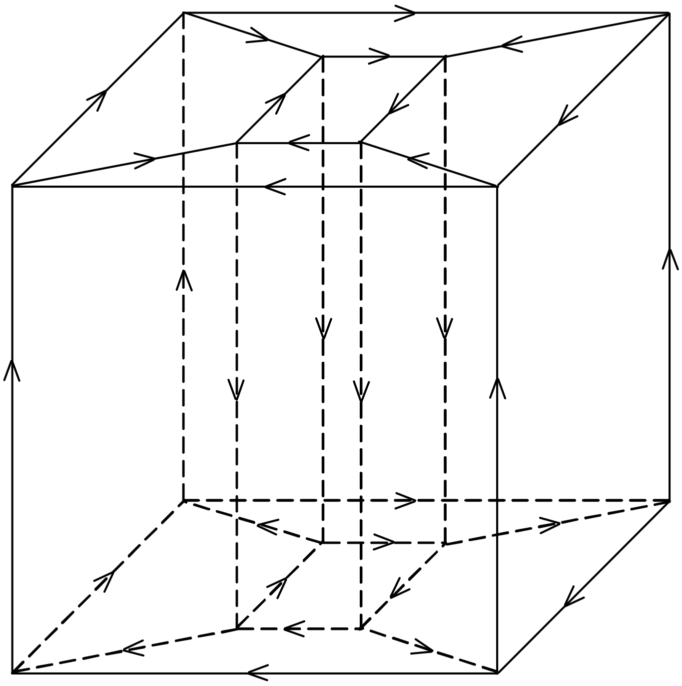


9. zīm.

Otrajā gadījumā atrastais cikls ierobežo **mazāku** daļu nekā D. Pirmajā gadījumā (skat. 8. zīm.) sākam iet no virsotnes V pa šķautnēm **pretēji** bultiņu virzieniem, kamēr nonākam kādā virsotnē, kas jau redzama 9. zīm.

Katrā gadījumā izveidosies daļa, kas **mazāka** par D un apejama pa kontūru bultiņu virzienos.
Ar šo daļu rīkojamies tāpat kā iepriekš ar daļu D utt. Tā kā nevaram atrast bezgalīgi daudzas arvien mazākas daļas, kuras norobežo pa šķautnēm ejošas kontūras, tad kādreiz iegūsim daļu, kas apejama pa kontūru bultiņu virzienā un kuras iekšpusē nav citu virsotņu, t.i., iegūsim mums vajadzīgo skaldni.
Piezīme. Viegli pamanīt, ka šādas skaldnes ir vismaz divas (pa vienai katrā no tām daļām, kurās daudzskaldņa virsmu sadala pirmais atrastais cikls).

Ieliekta daudzskaldņa gadījumā šādu skaldni varbūt arī nevar atrast. Piemērs redzams 10. zīm. (Daudzskaldnis ir kubs ar prizmveidīgu „caurumu”.)



10. zīm.

Piezīme. Spriedumu, kas derīgs izliektam daudzskaldnim, šoreiz nevar atkārtot, jo sākotnējais (un arī katrs nākošais) cikls var **nesadalīt** virsmu divās daļās, un tāpēc nav pamata apgalvot, ka katrs nākošais atrastais cikls ierobežo **mazāku** apgabalu nekā iepriekšējais, tāpēc mūsu aprakstītais meklēšanas process var nekad nebeigties.