

Profesora Cipariņa klubs 2007./2008. mācību gads
2. nodarbība

1. Jānītis sareizināja piecus pēc kārtas ņemtus naturālus skaitļus. Vai reizinājuma ciparu summa var būt 2?
2. Viena klade un divi zīmuļi kopā maksā vairāk par trim burtnīcām, bet trīs klades un divi zīmuļi – vairāk par četrām burtnīcām. Pierādīt, ka piecas klades un seši zīmuļi kopā maksā vairāk par desmit burtnīcām.
3. Dotas sešas pēc ārējā izskata vienādas lodītes. Uz tām uzrakstīts attiecīgi 1g; 2g; 3g; 4g; 5g; 6g (katrs uzraksts – uz citas lodītes). Pieci uzraksti atbilst patiesībai, bet viena lodīte ir smagāka, nekā uz tās rakstīts. Doti arī sviras svāri bez atsvariem. Kā ar divām svēršanām var noskaidrot, kura ir „īpašā” lodīte?
4. Dots, ka trijstūrī ABC visi leņķi vienādi savā starpā. Zināms, ka punkts M apmierina sakarības $\angle MBC = 75^\circ$ un $\angle MAC = 45^\circ$. Pierādīt, ka nogrieznis MC perpendikulārs nogrieznim AC .
5. Dots, ka a, b, c, d – naturāli skaitļi un katrs no skaitļiem $abc - d$, $abd - c$, $acd - b$ un $bcd - a$ dalās ar 4. Pierādīt, ka arī skaitlis $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ dalās ar 4.
6. Vai trijstūri var sagriezt a) trijos, b) četros, c) 2007 ieliektos piecstūros?
7. Dots, ka $a^2 + b^2 + c^2 = d^2 + e^2 + f^2 = 1$ un $ad + be + cf = 0$. Pierādīt, ka $(a + b + c)^2 + (d + e + f)^2 \leq 3$.
8. Kvadrāts sastāv no 8×8 vienādām kvadrātiskām rūtiņām: dažas no tām nokrāsotas baltas, citas – sarkanas. Zināms, ka tieši 3 stūra rūtiņas ir sarkanas. Pierādīt: var atrast tādu 2×2 rūtiņu kvadrātu, kurā ir nepāra skaits sarkanu rūtiņu.
9. Cik ir dažādu 12ciparu virkņu, kas vienlaicīgi apmierina sekojošus nosacījumus:
 - a) katrā virknē ir tieši 6 nulles un 6 vieninieki,
 - b) nevienā virknes sākuma fragmentā nulļu daudzums nav lielāks par vieninieku daudzumu?**Piezīme.** Par virknes sākuma fragmentu sauc vienu vai vairākus (vienalga, cik) tās pirmos locekļus. Piemēram, burtu virknes $abcd$ sākuma fragmenti ir a ; ab ; abc ; $abcd$.
10. Atrast mazāko n ar īpašību: lai kā arī izvēlētos n skaitļus no kopas $\{1; 2; 3; \dots; 16\}$, starp izvēlētajiem būs divi tādi, kuru kvadrātu summa ir pirmskaitlis.

Jūsu risinājumus gaidīšu līdz 30.novembrim. Labu veiksmi!

Profesors Cipariņš