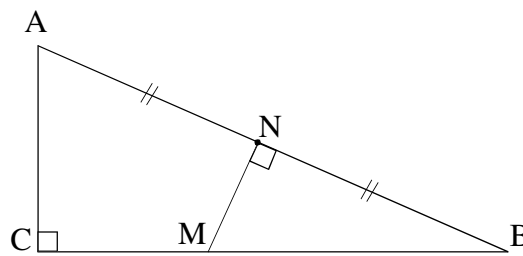


Profesora Cipariņa klubs 2007./2008. mācību gads
6. nodarbība

1. Atrodiet kaut vienu naturālu skaitli ar īpašību: pārliedot tā ciparus citā kārtībā un saskaitot iegūto skaitli ar sākotnējo, iegūst 20052008.
2. Visi naturālie skaitļi pēc kārtas tiek izrakstīti „pa spirāli” rutiņu lapā tā, kā parādīts 1.zīm.:

	17	16	15	14	13
	18	5	4	3	12
	19	6	1	2	11
	20	7	8	9	10
	21	22	23	24	25 ...

1.zīm.



2.zīm.

Cik rutiņas horizontālā un cik – vertikālā virzienā no skaitļa 1 būs „nobīdīts” skaitlis 2008?

3. Dots, ka $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, N ir AB viduspunkts, $NM \perp AB$. Pierādīt, ka $NM = \frac{1}{3}BC$ (skat. 2.zīm.).
4. Dots, ka x , y un z ir naturāli skaitļi un gan $xy + 2y + 4$, gan $yz + 2z + 4$ dalās ar 7. Pierādīt, ka arī $zx + 2x + 4$ dalās ar 7.
5. Vai kvadrātu ar izmēriem 5×5 var pilnīgi pārklāt, izmantojot trīs kvadrātus, katru ar izmēriem 4×4 ? Vai to var izdarīt, ja visu četru kvadrātu malām jābūt savstarpēji paralēlām / perpendikulārām?
6. Atrodiet kaut vienu tādu racionālu skaitli r , ka gan r , gan $r + 5$, gan $r + 10$ ir racionālu skaitļu kvadrāti.
7. Vai pozitīviem skaitļiem x , y , z , t var vienlaicīgi izpildīties sakarības $(x + y) < 2(z + t)$ un $(x^2 + y^2) > 9(z^2 + t^2)$?
8. Regulāra desmitstūra virsotnēs ierakstīti divciparu naturāli skaitļi (pa vienam katrā virsotnē). Pierādīt: var novilkt tādu taisni, ka tās abās pusēs esošo skaitļu summas atšķiras viena no otras ne vairāk kā par 90.
9. Katram skolēnam kādā klasē ir tieši 5 draugi – klasesbiedri (draudzības ir abpusējas). Ja apskata jebkurus divus draugus, tad vienam no viņiem ir tieši 2 reizes vairāk kompaktdisku nekā otram. Vai visiem skolēniem kopā var būt tieši 2008 kompaktdiski?
10. Sniegbaltīte uzdāvināja katram no 7 rūķīšiem pa 5 konfektēm: „Vāverīti”, „Margrietiņu” un „Lācīti”. Pierādīt: ir divi tādi rūķīši, kam viņa uzdāvināja vienādus konfekšu komplektus.

Profesors Cipariņš