"Profesora Cipariņa kluba" 2008./09.m.g.

1.nodarbības uzdevumi

1. Andrim ir deviņas kartītes. Uz katras no tām uzrakstīts cipars no 1 līdz 9; visi uzrakstītie cipari ir dažādi. Cik dažādus divciparu skaitļus Andris var salikt no šīm kartītēm? **Skaitļi nav jāsaliek vienlaicīgi.**

2. Skolā ir 36 klases un 1045 skolēni. Vai var gadīties, ka nevienā klasē nav ne 30, ne vairāk skolēnu?

3. Tabula sastāv no 3×3 rūtiņām, kurās ierakstīti skaitļi, kā parādīts 1. zīmējumā. Ar vienu gājienu var izvēlēties no 2×2 rūtiņām sastāvošu kvadrātu un katrā šī kvadrāta rūtiņā esošajam skaitlim pieskaitīt vieninieku.

1	1	1
1	1	1
1	1	2

1. zīm.

8		9
	36	
10		11

2. zīm.

5	10	6
11	22	12
7	13	8

3. zīm.

Vai, lietojot šādus gājienus vairākkārt, ir iespējams

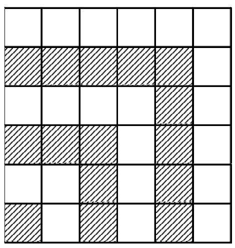
a) panākt, lai vienlaicīgi visās rūtiņās būtu nepāra skaitļi?

b) panākt, lai piecās rūtiņās būtu tādi skaitļi kā 2. zīm. (skaitļi citās rūtiņās var būt jebkuri)?

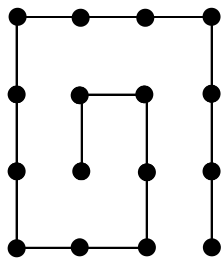
c) tādu ainu, kāda redzama 3. zīm.?

4. Pirmajā septembrī 2008 bērni atnesa profesoram Cipariņam pa konfektei „Gamma”. Šīs konfektes ražo divas fabrikas; vienas fabrikas ražotās konfektes ir mazliet vieglākas nekā otras fabrikas ražotās. Pēc ārējā izskata konfektes atšķirt nevar. Profesors Cipariņš zina, ka vismaz 2006 bērni (varbūt pat visi) ir atnesuši vienādas konfektes, bet nezina, vai konfekšu vairākums ir vieglās vai smagās. Profesoram ir sviras svari bez atsvariem. Kā ar 3 svēršanām viņš var uzzināt, vai visas konfektes ir vienādas un, ja nav, tad vai vairākums ir vieglās vai smagās?

5. Pamatojoties uz 4. zīm., pierādīt teorēmu: ja n – naturāls skaitlis, tad $1+3+5+...+(2n-3)+(2n-1)=n^2$.



4. zīm.



5. zīm.

Pamēģiniet izdomāt zīmējumu, kas pierāda teorēmu: ja n – naturāls skaitlis, tad $1+2+3+...+(n-1)+n=\frac{1}{2}n(n+1)$.

6. Ja punktu kvadrātiskā režģī attālums starp blakus esošiem punktiem ir 1, tad 5.zīm. attēlotās lauztās līnijas garums ir 15, un tai ir 6 stūri.

Kāds garums un cik stūru ir lauztai līnijai, kas līdzīgā veidā aizpilda 100×100 punktu lielu režģi?

7. Gan Sniegbaltītes rotaslietu kastīte, gan tās vāciņš ir regulāra septiņstūra formā.

Vai kastītes stūrus un vāciņa stūrus var nokrāsot 7 dažādās krāsās tā, lai neatkarīgi no tā, kā Sniegbaltīte uzliek kastītei vāciņu, vismaz vienā vietā saskārtos vienādi nokrāsoti stūri?

8. Kā var izvēlēties 3 dažādus nenulles ciparus a, b, c, lai vienlaicīgi izpildītos šādas īpašības: skaitlis $\overline{abc}$ dalās ar 7, skaitlis $\overline{bca}$ dalās ar 9, skaitlis $\overline{cab}$ dalās ar 11?

9. Vai eksistē tāds naturāls skaitlis n, ka skaitlis $n^2 + 1$ dalās ar vismaz vienu pirmskaitli, kas lielāks par 1 000 000?

10. Sastādīt matemātisku uzdevumu, kas saistīts ar kādu šīs vasaras notikumu, un atsūtīt mums to līdz ar atrisinājumu. Interesantākos sasniegumus publicēsim.

Jūsu vēstules gaidu **līdz 3. novembrim**. Labu veiksmi!

Profesors Cipariņš