„Profesora Cipariņa kluba” 1. nodarbība 2008./2009. mācību gadā
Uzdevumu īsi atrisinājumi.

1. Skaitli 5 var iegūt, piemēram, šādi:

$$1:(2:3:4:5):6\,.$$

Skaitli 2 iegūt nevar. Dalīšanās piedalās skaitļi, kas kopā kā reizinātājus satur četrus pirmskaitļus 2:, skaitļi 2 un 6 – pa vienam, skaitlis 4 – divus. Iekavu salikšanas rezultātā šie pirmskaitļi 2 nonāk vai nu skaitītājā, vai saucējā. Lai izteiksmes vērtība būtu 2, skaitītājā pirmskaitļu 2 jābūt par vienu reizinātāju vairāk nekā saucējā. Tā kā to pavisam ir četri – pāra skaits, tas nav iespējams.

2. Andris un Maija kopā saņēma par vienu atlaidi vairāk nekā Katrīna. Tāpēc šīs atlaides lielums ir $14-(8+5)=1$ lats.

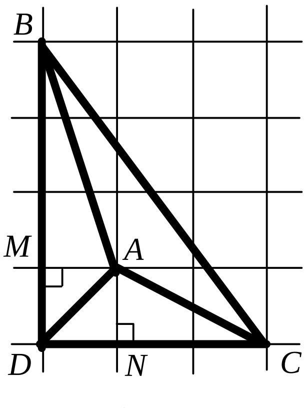
3. Skat., piem., 1.zīm.

1	3	5	4	2
2	4	1	5	3
4	1	3	2	5
3	5	2	1	4
5	2	4	3	1

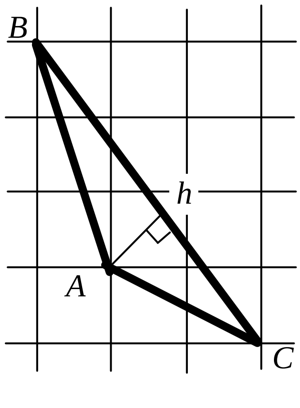
1. zīm.

4. Skaidrs, ka skaitlis $1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot ...\cdot 2009$ dalās ar 9, jo satur 9 kā reizinātāju. Tāpēc tā ciparu summa arī dalās ar 9. tāpēc šīs ciparu summas ciparu summa arī dalās ar 9, utt. – ar 9 dalās visi iegūtie skaitļi, tātad arī pēdējais vienciparu skaitlis. Vienīgie viencipara skaitļi, kas dalās ar 9, ir 0 un 9. tā kā visi iegūtie skaitļi ir pozitīvi, tad beigās iegūtais skaitlis nav 0. Tātad tas ir 9.

5. Apskatām 2.zīm.



2.zīm.



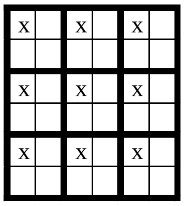
3.zīm.

Figūra BDC ir taisnleņķa trijstūris; tās laukums $L(BDC)=\dfrac{1}{2}BD\cdot DC=\dfrac{1}{2}\cdot 8\cdot 6=24$. Trijstūru BAD un CAD laukumi ir attiecīgi $\dfrac{1}{2}BD\cdot AM=\dfrac{1}{2}\cdot 8\cdot 2=8$ un $\dfrac{1}{2}DC\cdot AN=\dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 2$. Tāpēc trijstūra BAC laukums ir $24-8-6=10$.

No Pitagora teorēmas seko, ka $BC^2 = BD^2 + DC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$, tāpēc $BC = 10$. Apzīmēsim attālumu no punkta *A* līdz nogrieznim *BC* ar *h* (skat. 3.zīm.). Tad *h* ir trijstūra *ABC* tā augstuma garums, kas novilkts pret malu *BC*. Tāpēc $L(ABC) = \frac{1}{2} BC \cdot h$. No šejienes seko, ka $10 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot h$ un $h = 2$.

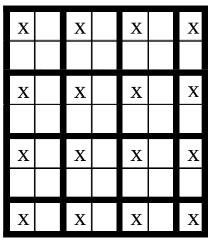
6. Atbilde: 1, 2, 3 vai 4.
Risinājums. Ja A ir melis un patiesībā B neko nav teicis, tad B, C, D var būt patiesi vai meļi jebkurā kombinācijā, un tas nav pretrunā ar uzdevumā aprakstīto. Tātad meļu skaits var būt 1; 2; 3; 4. Nevar būt, ka nav neviena meļa, t.i., ka visi rūķīši ir patiesi, jo tad A, B, C, D paziņojumi visi būtu patiesi, bet no D paziņojuma seko, ka A ir melis – pretruna.

7. a) 9 rūtiņas.


4.zīm.

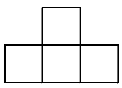
Piemēru ar 9 rūtiņām skat. 4.zīm. tā kā nevienā 2×2 rūtiņu kvadrātā nedrīkst nokrāsot vairāk par vienu rūtiņu un šādu kvadrātu 4. zīmējumā pavisam ir 9, tad nokrāsoto rūtiņu nevar būt vairāk par 9.

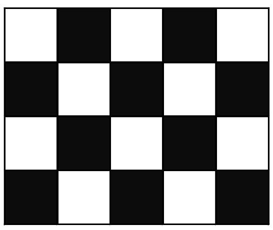
b) 16 rūtiņas.


5.zīm.

Piemēru ar 16 rūtiņām skat. 5.zīm. Tā kā nevienā no 16 daļām, kurās sadalīts 5 zīm. Redzamais kvadrāts, nedrīkst nokrāsot vairāk par vienu rūtiņu, tad nokrāsoto rūtiņu nevar būt vairāk par 16.

8. a) nē. **Vislielākā** iegūstamā izteiksmes vērtībatiks sasniegta, lietojot tikai „+” zīmes. Tā ir $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55$. Bet $55 < 2009$.
b) jā, piemēram:
$$1+2+3+4-5-6-7+8-9+10 = 1.$$
c) nē. No uzrakstītajiem skaitļiem 5 ir pāra un 5 (nepāra daudzums) nepāra. Tāpēc izteiksmes vērtība vienmēr iznāks nepāra skaitlis un nevar būt 2.

9. Nē. Izkrāsosim taisnstūra rūtiņas šaha galdiņa kārtībā (skat. 6.zīm.). Pavisam ir 10 baltas un 10 melnas rūtiņas – **vienādi daudzumi**. Figūrā  melno un balto rūtiņu daudzumi atšķiras, bet pārējās figūrās tie ir vienādi. Tāpēc, ja prasītā sagriešana būtu iespējama, visās figūrās kopā melno rūtiņu skaits **atšķirtos** no balto rūtiņu skaita. Tā ir pretruna.


6.zīm.

10. Labākos Jūsu iesūtītos uzdevumus publicēsim kādā no nākošajām kluba nodarbībām.