

"Profesora Cipariņa klubs" 2009./2010.m.g.

5.nodarbības uzdevumi

1. Ar kādu lielāko naturālu skaitli dalās gan 1517, gan 1147 ?
2. Rūtiņu papīra lapā 57 rūtiņas nokrāsotas melnas. Pierādiet: var atrast 15 melnas rūtiņas tā, lai nekādām divām no tām nebūtu ne kopīgas malas, ne kopīga stūra.
3. Turnīrā piedalās 8 komandas. Katrai ar katru citu jāspēlē tieši vienu reizi. Neviena komanda vienā dienā nevar piedalīties vairāk kā vienā spēlē. Ar kādu mazāko dienu skaitu pietiek, lai nospēlētu visas spēles?
4. Šaurleņķu trijstūrī malu garumi ir 10, 11 un 12. Riņķa līnija atrodas trijstūra iekšpusē. Pierādiet, ka tās rādiuss ir īsāks par 5.
5. Burtu virkni sauc par stabilu, ja kāds tās sākuma fragments sakrīt ar kādu beigu fragmentu. Piemēram, stabilas ir virknes $\underline{a} b c \underline{a}$, $\underline{a d a d} u.tml$.

Uzrakstiet burtu virkni, kas **klūst stabila**, ja tai galā pieraksta

1) jebkuru no burtiem $a; b; c$,

2) jebkuru no burtiem $a; b; c; d; e$.

6. Izliekta četrstūra diagonāles sadala to četros trijstūros. Katra trijstūra laukums kvadrācentimetros izsakās ar pirmskaitli. Vai visi šie pirmskaitļi var būt dažādi?
7. Šaurleņķu trijstūrī atzīmēts vienas malas viduspunkts. Kā, izmantojot lineālu un cirkuli, konstruēt visus šī trijstūra augstumus, ja cirkuli atļauts izmantot tikai vienreiz?
8. Atverot iekavas, nav grūti pārbaudīt vienādību

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$$

Izdomājiet līdzīgu vienādību, kuras kreisajā pusē ir $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + t^2)$, bet labajā pusē – četru iekavu kvadrātu summa.

9. Aprēķinot tabulas

$1 \cdot 1$	$1 \cdot 2$	$1 \cdot 3$...	$1 \cdot (n - 1)$	$1 \cdot n$
$2 \cdot 1$	$2 \cdot 2$	$2 \cdot 3$...	$2 \cdot (n - 1)$	$2 \cdot n$
$3 \cdot 1$	$3 \cdot 2$	$3 \cdot 3$...	$3 \cdot (n - 1)$	$3 \cdot n$
...
$n \cdot 1$	$n \cdot 2$	$n \cdot 3$...	$n \cdot (n - 1)$	$n \cdot n$

skaitļu summu divos dažādos veidos, pierādiet vienādību

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n - 1)^3 + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2,$$

ja n – patvaļīgs naturāls skaitlis.

10. Maija iedomājusies vienu no burtiem $a; c; e$. Andris drīkst uzdot jautājumus, uz kuriem iespējamas atbildes „jā”; „nē”; „nezinu un nevaru zināt” (varbūt tikai divas vai pat viena no tām).

Ar kādu mazāko jautājumu skaitu Andris var noskaidrot Maijas iedomāto burtu? Uzskatām, ka Maija vienmēr atbild pareizi.

Jūsu vēstules gaidu **līdz 4.martam**. Labu veiksmi!

Profesors Cipariņš