"Profesora Cipariņa klubs" 2011./2012.m.g.

3. nodarbības uzdevumi

1. Kādiem naturāliem skaitļiem n izteiksmes $\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)$ vērtība ir vesels skaitlis?

2. Taisnstūris sadalīts deviņos mazākos taisnstūros kā parādīts 1.zīm. Pieciem no šiem taisnstūriem laukumi ir 42, 15, 7, 8 un 5 cm^2 (sk. zīm.). Kādi var būt pārējo taisnstūru laukumi?

42		15
7		
	8	5

1.zīm.

3. Par četriem naturāliem skaitļiem a, b, c, d zināms, ka:

- a un b summa ir puse no c un d summas;
- a un c summa ir divreiz lielāka nekā b un d summa;
- a un d summa ir pusotru reizi lielāka nekā b un c summa.

Kāda ir mazākā iespējamā summas $a + b + c + d$ vērtība?

4. Atrast visas iespējamās ciparu A un C vērtības, ar kurām 2.zīm. attēlotais reizinājums ir nepāra skaitlis (zvaigznīte apzīmē vienu ciparu; starp tiem var būt gan vienādi, gan dažādi cipari).

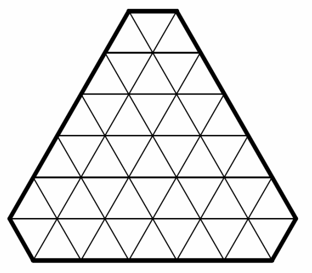
$$\begin{array}{ccc} & A & C \\ \cdot & C & A \\ \hline * & * & * \\ * & C & \\ \hline * & * & * \end{array}$$

2.zīm.

5. Trijstūra ABC iekšpusē izvēlēts punkts D. Punkta D attālumi līdz trijstūra virsotnēm ir attiecīgi $DA = x$, $DB = y$, $DC = z$; P ir trijstūra ABC perimetrs. Pierādi, ka ir patiesa nevienādība:

$$\frac{1}{2}P < x + y + z < P.$$

6. Vai 3.zīm. attēloto torti var sagriezt 23 vienādos gabalos, ja griezt drīkst tikai pa iezīmētajām līnijām?

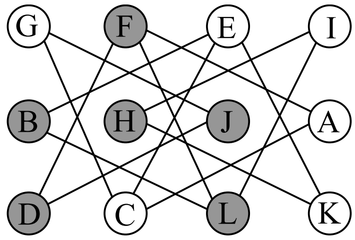


3.zīm.

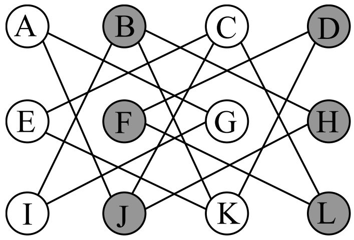
7. Kādiem naturāliem skaitļiem a un b gan izteiksmes $\frac{a^2+b}{b^2-a}$, gan $\frac{b^2+a}{a^2-b}$ vērtības ir veseli skaitļi?

8. Doti pieci dažādi veseli skaitļi a, b, c, d, e, kas ir vienādojuma $(4-a)(4-b)(4-c)(4-d)(4-e)=12$ atrisinājumi. Noteikt visas iespējamās summas $S=a+b+c+d+e$ vērtības.

9. Sešas sudraba monētas A, C, E, G, I, K un sešas zelta monētas B, D, F, H, J, L ar nogriežņiem savienotas savā starpā tā, kā parādīts 4.zīm. Katrā gājienā atļauts samainīt vietām vienu sudraba monētu ar vienu zelta monētu, ja tās ir savienotas ar nogriezni. Kā ar 17 gājieniem no 4.zīm. redzamā izkārtojuma var iegūt 5.zīm. parādīto monētu izkārtojumu?



4.zīm.



5.zīm.

10. Rūķu ciemati A un B atrodas blakus, turklāt abu ciematu iedzīvotāji bieži ciemojas viens pie otra. Zināms, ka visi ciemata A iedzīvotāji vienmēr saka tikai patiesību, bet visi ciemata B iedzīvotāji vienmēr melo.

Sniegbaltīte ieradās vienā no šiem ciematiem, bet viņa nezina, kurā tieši. Šajā ciematā viņa satika vienu rūķīti (viņa nezina, kura ciemata pamatiedzīvotājs viņš ir). Lai uzzinātu, kurā ciematā – A vai B – Sniegbaltīte atrodas, viņa drīkst uzdot rūķītim vienu jautājumu, turklāt tādu, uz kuru var atbildēt ar „jā” vai „nē”. Kāds varētu būt šis jautājumu, lai pēc sniegtās atbildes varētu nekļūdīgi noteikt, kurā ciematā Sniegbaltīte atrodas?

Jūsu risinājumus gaidīšu **līdz 13. janvārim**.

Novēlu jums priecīgus Ziemassvētkus un Jaunajā gadā siltu sirdi, gaišu galvu un veiksmi visos jūsu labajos darbos!

Profesors Cipariņš