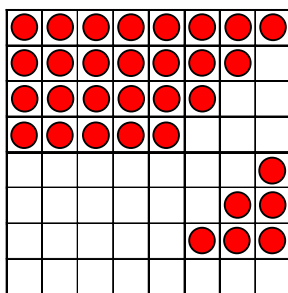


1. **Atbilde:**  $4940 + 5940 = 10880$ .

**Risinājums:** Tā kā  $G$  ir pārnesums, kas veidojas, saskaitot divus ciparus, tad  $G = 1$ . Tā kā summa  $A + A$  beidzas ar ciparu  $A$ , tad tas ir iespējams tikai tad, ja  $A = 0$ . Tātad nākamajā šķirā pārnesumu nav, t.i., summas  $T + T$  pēdējais cipars ir  $M$ ; tāpēc  $M$  ir pāra cipars. Saskaitot  $T + T$ , pārnesumu nākamajā šķirā nav, pretējā gadījumā rodas pretruna ar to, ka summa  $E + E + 1$ , kas ir nepāra skaitlis, beidzas ar pāra ciparu  $M$ . Tāpēc  $2T < 10$  un iespējamās  $T$  vērtības ir 2, 3 un 4. Pārbaudīsim visus šo gadījumus:

- Ja  $T = 2$ , tad  $M = 4$  un  $E = 7$ ; bet tad arī  $B$  ir jābūt 7; rodas pretruna.
- Ja  $T = 3$ , tad  $M = 6$  un  $E = 8$ ; bet tad  $B$  ir jābūt 6; rodas pretruna, jo jau ieguvām, ka  $M = 6$ .
- Ja  $T = 4$ , tad  $M = 8$  un  $E = 9$ ; tādā gadījumā  $B$  ir jābūt 5 un iegūstam vienīgo atbildi:  $4940 + 5940 = 10880$ .

2. Uzdevumā prasīto var izdarīt, piemēram, kā parādīts 1. zīmējumā.



1. zīm.

3. **Atbilde:** Ziemeļpolā dzīvo 20 rūķīši.

**Risinājums:** Apzīmēsim ar  $n$  rūķīšu skaitu. Tā kā katru dienu katrs rūķītis izteica vienu komplimentu, tad kopumā tika izteikti  $7n$  komplimenti. No otras puses, nedēļas laikā katrs rūķītis saņēma divus komplimentus un Ziemassvētku vecītis – simts komplimentu; tātad kopējo nedēļā izteikto komplimentu skaitu var izteikt arī kā  $2n + 100$ . Iegūstam vienādojumu  $7n = 2n + 100$ , no kurienes  $n = 20$ .

4. **Atbilde:** Buratino ieguva  $18\frac{1}{6}$ .

**Risinājums:** Apskatīsim Malvīnes uzdoto risināšanas gaitu. Pēc kārtas veicamās darbības „izdali ar 8” un „reizini ar 6” aizstāsim ar darbību „reizini ar  $\frac{6}{8}$  jeb  $\frac{3}{4}$ ”. Ja, veicot šo reizināšanu, iegūtu daļskaitli, tad, no tā atņemot 9, arī iegūtu daļskaitli. Bet rezultātam jābūt pirmskaitlim (tātad veselam skaitlim). Tāpēc, reizinot ar  $\frac{3}{4}$  Buratino

bija jāiegūst vesels skaitlis, kas turklāt arī dalās ar 3 (reizinot ar  $\frac{3}{4}$ , skaitītājā esošais trijnieks nevar „saīsināties”). Tad arī pēc atņemšanas skaitlis dalīsies ar 3. Vienīgais pirmskaitlis, kas dalās ar 3, ir pats skaitlis 3. Tātad, ja Buratino būtu visu izdarījis pareizi, tad rezultātā viņš iegūtu 3.

Veicot Malvīnes uzdotās darbības apgrieztā kārtībā, pakāpeniski iegūstam ķēpājumu skaitu:

$$(3 + 9) : 6 \cdot 8 - 7 = 9.$$

Bet Buratino tad ieguva skaitli  $(9 \cdot 7 - 8) : 6 + 9 = 18\frac{1}{6}$ .

5. Uzrakstīsim pirmos Eināra iegūtās virknes locekļus:

1. virknes loceklis:  $x_1 = \frac{1}{1-2} = \frac{1}{-1} = -1$ ;

2. virknes loceklis:  $x_2 = \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$ ;

3. virknes loceklis:  $x_3 = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ ;

4. virknes loceklis:  $x_4 = \frac{1}{1-2} = \frac{1}{-1} = -1$ .

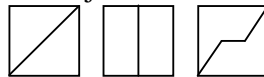
Ievērojam, ka virknes ceturtais loceklis ir vienāds ar virknes pirmo locekli, tātad virknes piektais loceklis būs vienāds ar virknes otro locekli u.t.t. Tātad virknes locekļi atkārtosies ik pēc trīs (t.i., virkne ir periodiska ar periodu 3).

Tātad Eināra iegūtā virkne ir:  $2; -1; \frac{1}{2}; 2; -1; \frac{1}{2}; 2; -1; \frac{1}{2}; \dots$ .

Tā kā virknes periods sastāv no 3 skaitļiem, nepieciešams noskaidrot, cik šādu periodu pavisam ietilpst Eināra uzrakstītajā 2012 skaitļus garajā virknē. Tā kā  $2012 = 3 \cdot 670 + 2$ , periods atkārtojas 670 reizes un divi pēdējie virknes locekļi ir 2 un -1. Tātad pavisam virknē **skaitlis 2 atkārtojas 671 reizi**.

Aprēķināsim summu tiem trīs skaitļiem, kas veido periodu:  $2 + (-1) + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ . Tā kā šie skaitļi atkārtojas 670 reizes, tad aprēķinām pirmo 2010 skaitļu summu:  $\frac{3}{2} \cdot 670 = 1005$ . Pieskaitot vēl atlikušos divus virknes locekļus, iegūstam, ka Eināra iegūtās virknes visu locekļu summa ir  $1005 + 2 + (-1) = \mathbf{1006}$ .

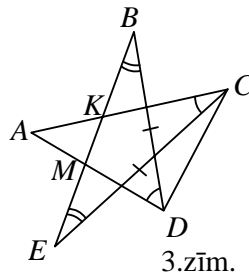
6. **Atbilde:** Jā, var. Piemēri doti 2. zīmējumā.



2.zīm.

*Piezīme.* Pilnam uzdevuma atrisinājumam nepieciešams īsi paskaidrot, kāpēc iegūtie daudzstūri ir vienādi (t.i., norādīt vienādos elementus).

7. Apzīmēsim ar  $K$  un  $M$  attiecīgi malu  $AC$  un  $AD$  krustpunktus ar malu  $BE$  (skat. 3. zīm.). No uzdevuma nosacījumiem izriet, ka trijstūri  $CEK$  un  $DBM$  ir vienādi (pazīme  $lml$ ). Tāpēc  $CK = DM$  un  $\angle CKE = \angle DMB$  kā vienādu trijstūru atbilstošie elementi. Tad arī  $\angle AKE = \angle AMB$  kā vienādu leņķu blakusleņķi. Esam ieguvuši, ka trijstūrim  $AMK$  malas  $MK$  pieleņķi ir vienādi; tā kā trijstūrī pretī vienādiem leņķiem ir vienādas malas, tad  $AK = AM$  un trijstūris  $AMK$  ir vienādsānu. Izmantojot izceltās sakarības, iegūstam  $AC = AK + CK = AM + DM = AD$ , tātad arī trijstūris  $ACD$  ir vienādsānu. Tāpēc  $\angle ACD = \angle ADC$ , k.b.j.



**8. Atbilde:** Līga var uzvarēt.

**Risinājums:** Ievērosim, ka spēle var beigties pēc tiem gājieniem, pēc kuriem kopējais stienīšu skaits dalās ar 3. Tātad pirmo reizi spēle var beigties pēc Jāņa gājiena, bet pēc tam – pēc Līgas gājiena.

Lai uzvarētu, Līgai savā pirmajā gājienā nepieciešams salauzt stienīti tieši uz pusēm. Lai arī kā Jānis pēc tam vienu no iegūtajām pusēm nepārlauztu divās daļās, viņš no iegūtajām daļām nevar salikt trijstūri, jo neizpildās trijstūru nevienādība (divu iegūto stienīšu summa būs tieši vienāda ar trešo stienīti). Līgai savā otrajā gājienā nepieciešams atkārtot Jāņa gājieni, t.i., lielāko stienīti salauzt tādās pašās divās daļās, kādās Jānis salauza tā paša izmēra stienīti savā iepriekšējā gājienā.

Lai arī kā stienīšus Jānis salauztu savā nākamajā gājienā, no tiem visiem trijstūrus izveidot viņš nevarēs, jo būs iegūti 5 stienīši. Savukārt, ja Līga pēc tam atkal atkārtos Jānīša gājieni (to viņa noteikti var izdarīt, jo pirms Jānīša gājiena bija divi pāri vienāda garuma stienīšu), pēc viņas gājiena tiks iegūti seši stienīši. Apzīmēsim to garumus ar  $a, b, c, a, b, c$ . Pieņemsim, ka  $a \geq b \geq c$ . Tad Līga var izveidot divus vienādsānu trijstūrus: pirmo ar malām  $a, a$  un  $c$  un otru – ar malām  $b, b, c$ .

**9.** Tā kā Ellai ir tikai viena kartīte, uz kuras uzrakstīts skaitlis 2012, tad viņai ir tikai viena iespēja – šo kartīti ievadīt skaitļošanas mašīnā un saņemt atpakaļ divas kartītes:

2012 un  $\frac{1}{2012}$ . Ja mašīnā ievada šīs divas kartītes, tad Ella atpakaļ saņems trīs

kartītes: 2012,  $\frac{1}{2012}$  un  $2011 \frac{2011}{2012}$ . Ja Ella ievadīs mašīnā kartītes  $2011 \frac{2011}{2012}$  un

$\frac{1}{2012}$ , tad bez šīm divām kartītēm Ella iegūs vēl kartīti ar skaitli  $2011 \frac{2010}{2012}$ . Ja

katrā nākamajā reizē Ella ievadīs mašīnā iepriekšējā reizē jauniegūto kartīti un kartīti ar skaitli  $\frac{1}{2012}$ , tad pēc zināma laika Ellas rīcībā nonāks kartīte, uz kuras uzrakstīts

skaitlis 2011. Ja tagad Ella ievadīs mašīnā kartītes ar skaitļiem 2012 un 2011, tad meitene savā rīcībā iegūs kartīti ar skaitli 1 (jo  $2012 - 2011 = 1$ ). Turpmāk Ellai jāievada kartītes ar skaitļiem 2011 un 1. Tad viņa iegūs kartīti ar skaitli 2010. Šādu procesu turpinot, Ella iegūs kartītes ar skaitļiem 2009, 2008, ..., 102, 101 un visbeidzot 100. Tātad Dzelzs Malkascirtēju Ella būs izglābusi.

Tagad padomāsim, kā var iegūt kartīti ar skaitli  $100 \frac{1}{100}$ . Ellas rīcībā jau ir kartītes ar

skaitļiem 101 un 100. Ievadot mašīnā kartīti ar skaitli 100, var iegūt  $\frac{1}{100}$ . Ievadot

kartītes ar skaitļiem 101 un  $\frac{1}{100}$ , var iegūt kartīti ar skaitli  $100 \frac{99}{100}$ . Rīkojoties kā

„Profesora Cipariņa kluba” 2012./2013. mācību gada  
3. nodarbības uzdevumu īsi atrisinājumi

iepriekš, var iegūt kartītes ar skaitļiem  $100\frac{98}{100}$ ,  $100\frac{97}{100}$ , ...,  $100\frac{2}{100}$  un visbeidzot  $100\frac{1}{100}$ .

*Piezīme.* Iesakām PCK dalībniekiem padomāt, vai ar šādu skaitļošanas mašīnu un kartīti ar skaitli 2012 ir iespējams iegūt skaitli, kurš ir lielāks par 2012? Vai var iegūt jebkuru pozitīvu racionālu skaitli?

**10.** Dalībnieku iesūtītie veiksmīgākie uzdevumi tiks publicēti mācību līdzeklī, kurā tiks apkopoti visu *A.Liepas NMS* 2012./2013.m.g. organizēto 4. - 9. klasēm paredzēto konkursu un olimpiāžu uzdevumi un atrisinājumi.